Optimasi Portofolio Saham dengan Pendekatan *Ellipsoidal Uncertainty Set* Studi Kasus : IDX30

[1]Kevin Giovanni Pradana, [2]Deni Saepudin, [3] Isman Kurniawan

[1,2,3]Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung
[1]kevingiovanni@students.telkomuniversity.ac.id, [2]denisaepudin@telkomuniversity.ac.id,
[3]ismankrn@telkomuniversity.ac.id

Abstrak
Portofolio adalah proporsi dana yang disimpan pada sekumpulan aset finansial seperti saham, deposito, obligasi dan lain sebagainya yang akan memberikan *return* maksimal atau resiko minimal. Portofolio yang dibahas dalam tugas akhir ini adalah portofolio saham. Pada umumnya metode *Mean-Variance* digunakan untuk mendapatkan portofolio optimal dengan mempertimbangkan dua parameter yaitu nilai harapan *return* dan variansi *return* (risiko). Dua parameter tersebut nilainya tidak diketahui secara pasti dan biasanya diestimasi dari data historis sehingga memungkinkan adanya *error* dan menghasilkan kinerja yang kurang baik. Untuk memperbaiki kinerja portofolio, dalam Tugas Akhir ini nilai harapan *return* dan variansi *return* dihitung dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set*. Berdasarkan hasil pengujian, portofolio yang melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* menghasilkan kinerja yang lebih baik yang diukur berdasarkan nilai *return* portofolio rata-rata dan *sharpe ratio*.

Kata Kunci – Markowitz mean-variance, portofolio, ellipsoidal uncertainty set , return portofolio

Abstract
Portfolio is a how to determine proportions of money into financial assets such as stocks, deposits, bonds and such which can bring can give us the best return or less risk. The kind of portfolio in this final project is stocks. Generally, Mean-Variance method used to form optimal portfolio by considering two parameters which are expected return and variance (risk). These parameters value is uncertain and usually can be obtained by estimating the historical data which will result in estimation error and poor performance. To solve poor portfolio performance in this Final Project the expected return and variance values will be find by involving Ellipsoidal Uncertainty Set. Based on the result, portfolio envolving Ellipsoidal Uncertainty Set leads to better portfolio performance according to the value of average portfolio return and sharpe ratio.

Keywords – Markowitz mean-variance, portfolio, ellipsoidal uncertainty set, portfolio return

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Pola kurva saham merupakan cara investor untuk memahami pergerakan harga saham yang bersifat fluktuatif, hal tersebut menyebabkan kendala bagi para investor dalam berinvestasi. Salah satu kendala yang dihadapi ialah memutuskan saham mana yang seharusnya dijual dan dibeli dalam kondisi tertentu. Cara yang digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut yaitu membentuk portofolio optimal, portofolio optimal memiliki peran penting dalam pemilihan saham yang akan dibeli. Oleh karena itu para investor membutuhkan sebuah model optimasi yang dapat merepresentasikan pergerakkan harga saham dalam portofolio, sehingga investor dapat memahami pergerakkan nilai saham yang kemudian menjadi tolak ukur untuk memutuskan kapan dan saham apa yang harus dibeli dan dijual.

Pada umumnya optimasi portofolio menggunakan metode Markowitz *Mean-Variance*. Bobot portofolio Dalam metode Markowitz *Mean-Variance* dihitung berdasarkan dua parameter yaitu nilai harapan *return* dan variansi *return*. Kedua parameter tersebut tidak pernah diketahui nilainya secara pasti dan didapatkan dengan cara mengestimasi kedua parameter tersebut berdasarkan data historis. Karena nilai harapan *return* dan variansi *return* diestimasi, maka sangat mungkin mengandung *error*, sehingga mempengaruhi kinerja *Mean-Variance*. [1]

Untuk mengatasi masalah *error* pada estimasi tersebut, beberapa peniliti mencoba memperbaiki estimasi pada *Mean-Variance* dengan memodelkan ketidakpastian, ada dua peneliti yang memperkenalkan model ketidakpastian yaitu Goldfarb dan Inyengar (2003), mereka berdua memperkenalkan tiga jenis ketidakpastian diantaranya *Ellipsoidal Uncertainty, Box Uncertainty* dan *Polyhedral Uncertainty*. [1]

Adapun ide yang akan dilakukan untuk tugas akhir ini adalah melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dalam optimasi portofolio dengan menggunakan data indeks saham IDX30 dengan hasil akhir bobot portofolio dan *return* portofolio.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah dari penelitian ini diantaranya adalah :

a. Bagaimana membangun model portofolio yang mempertimbangkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* ?
b. Bagaimana cara mengukur kinerja atau performansi pada portofolio dengan melibatkan pendekatan *Ellipsoidal Uncertainty Set* ?

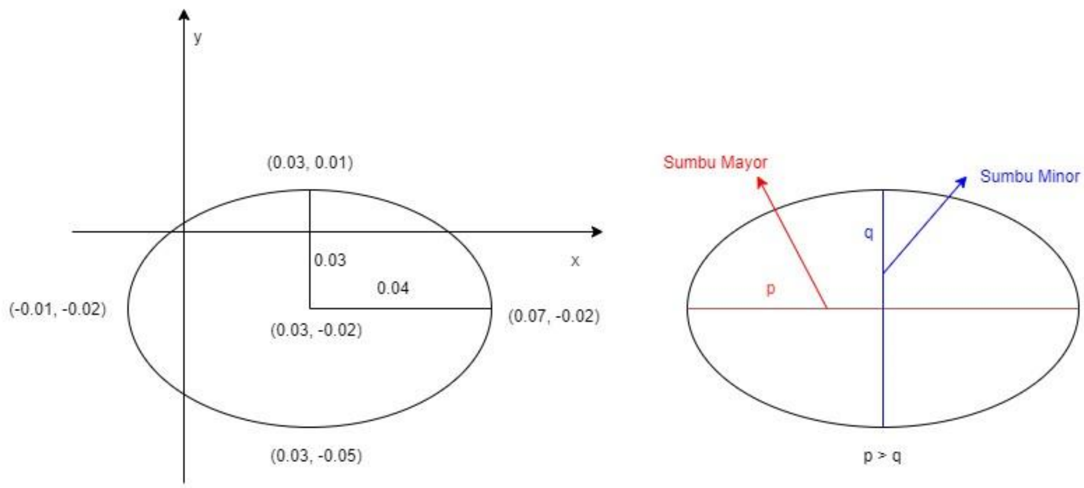
1.3 Batasan Masalah

Batasan Masalah dari penelitian yang dilakukan adalah :

a. Penggunaan data saham berasal dari finance.yahoo.com, saham yang digunakan merupakan saham yang berada di dalam indeks IDX30 dengan rentang waktu 1 januari 2010 hingga 3 januari 2020 (10 tahun).
b. Pembentukan portofolio Indeks IDX30 dengan pendekatan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dan *Sparse Mean-Variance* sebagai model pembanding.

1.4 Tujuan

Pembentukan Portofolio saham dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* memiliki tujuan untuk meneliti bagaimana pengaruh ketidakpastian dalam pembentukan portofolio saham untuk mendapatkan portofolio optimal dan *return* portofolio sebagai alat ukur kinerja portofolio. Kemudian dibandingkan nilai *return* portofolio rata-rata, minimum dan maksimum pada Optimasi portofolio yang melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dengan model *Sparse Mean-Variance*.



Gambar 1. ilustrasi ellips

1.5 Organisasi Tulisan

Bagian Selanjutnya dijelaskan dalam Bab dua Mengenai Studi Terkait yang mendukung Topik Tugas Akhir seperti Penjelasan Teori terkait dan model yang digunakan, setelah itu Bab tiga dijelaskan mengenai Rancangan Sistem program yang dibuat, kemudian pada Bab empat evaluasi mengenai hasil dan analisis hasil pengujian dan Untuk Bab lima atau Kesimpulan dijelaskan kesimpulan dari hasil keseluruhan pengujian dan pebandingan antara optimasi portofolio dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dan *Sparse Mean-Variance*.

2. Studi Terkait

2.1 Saham

Saham secara umum didefinisikan sebagai suatu surat berharga yang memiliki nominal yang bersifat fluktuatif karena disebabkan oleh dua parameter yaitu variansi *return* (risiko) dan nilai harapan *return*. [2]

2.2 *Return* Saham

Untuk pergerakkan saham dinamis dinotasikan dengan $S(n)$ dalam hal *return* dimana n merupakan waktu saham. Sedangkan Untuk *return* satu waktu dinotasikan dengan $[n-1, n]$ dan direpresentasikan sebagai berikut : [2]

$$R(n) = \frac{S(n) - S(n-1)}{S(n-1)} \tag{1}$$

Dimana R(n) merepresentasikan *return* dengan waktu ke-n dan S(n) merupakan representasi harga saham (*Stocks*) saat ini dan S(n-1) merupakan harga saham sebelumnya.

2.3 *Expected Return*

Expected *return* adalah perkiraan *return* yang diharapakn dan mungkin diperoleh investor dimasa mendatang. Apabila peluang R diketahui maka perhitungan *Expected Return* bisa dilakukann dengan rumus berikut :

$$E(R) = \sum_{i=1}^{n} P(R_i)R_i \tag{2}$$

Namun pada kenyataannya peluang dari *return* sulit untuk didapatkan, karena alasan tersebut perhitungan *expected return* dapat menggunakan perhitungan dari rata-rata *return* yaitu : [3]

$$\mu \approx \frac{\sum_{t=1}^{n} R_t}{n} \qquad (3)$$

Dimana μ merupakan notasi *expected return*, R_t sebagai notasi *return* dan n merupakan jumlah *record* harga saham.

2.3 Portofolio

Portofolio merupakan kumpulan dokumen untuk merangkum perubahan dan perkembangan kenaikan harga surat berharga yang digunakan investor untuk memustukan seberapa besar porsi dan seberapa menguntungkan surat berharga di masa depan berdasarkan performansi surat berharga tersebut.

Karena ada porsi pada portofolio maka portofolio dapat dinotasikan sebagai berikut : [2]

$$w = [w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n]$$

2.4 Tujuan Pembentukan Portofolio

Tujuan pembentukan portofolio secara umum ada dua. Adapun tujuan pembentukan portofolio diantaranya :

a. Menghasilkan *return* sebesar-besarnya sesuai harapan pemegang saham
b. Menghindari risiko atau memperkecil risiko

2.5 *Return* Portofolio

Pada manajemen portofolio terdapat *return* portofolio yang merupakan *return* dalam berbagai instrument keuangan, untuk rumus *return* portofolio dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \qquad (4)$$

Dimana *return* portofolio dilambangkan R_p, w_i merupakan *weight* pada saham i dan R_i sebagai *return* saham ke-i.
[3] [2]

2.6 *Sharpe ratio*

Sharpe ratio diperkenalkan oleh William F. Sharpe pada tahun 1966, *Sharpe ratio* itu sendiri merupakan alat ukur untuk menghitung pengembalian *return* dan dibagi dengan standar deviasi, untuk formula *sharpe ratio* dinotasikan dengan S_r dan dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$S_r = \frac{\mu_p - R_f}{\sigma_p} \qquad (5)$$

Dengan μ_p sebagai *Expected return* portofolio, R_f merupakan *risk free rate* dan σ_p merupakan standar deviasi. [4]

2.7 Model Portofolio *Sparse Mean-Variance*

Dalam permasalahan pemilihan portofolio Markowitz *Mean-Variance*, terdapat dua input yaitu nilai harapan *return* dan matriks kovariansi. Kita dapat menghitung nilai harapan *return* dan matriks kovariansi dengan menggunakan *sample*. Kita misalkan $r_t = (r_{1t}, r_{2t}, \ldots, r_{nt})^T \in R^n$ sebagai *vector* dari *asset return* ke-i dengan waktu t $(t = 1, \ldots, T)$. $E(r_t) = \mu$ dan $\Sigma = E[(r_t - \mu)(r_t - \mu)^T]$ sebagai nilai rata-rata *return* dan matriks kovariansi dari *asset*, dimana r_{it} adalah *return of asset* dari aset i pada waktu t. karena $E(r_t) = \mu$ dan $\Sigma = E[(r_t - \mu)(r_t - \mu)^T]$, maka kita mendapatkan persamaan berikut

:

$$w^T \sum w = E[|\rho - w^T r_t|^2] = \frac{1}{T}\|\rho 1_T - Rw\|_2^2, \tag{6}$$

Dimana R merupakan matriks berukuran $T \times N$ dan t bernilai sama dengan r_t , maka, $R_{t,i} = (r_t)_i = r_{i,t}$ dan ρ merupakan *worst case expected return* dari portofolio.

Jika kita mengganti nilai harapan *return* dengan rata-rata *sample*, maka rumusnya menjadi $\mu = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t$. Sehingga model mean-variance dapat dinyatakan secara regresi statistik, sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &\min_{w \in R^n} \frac{1}{T}\|\rho 1_T - Rw\|_2^2 \\ &s.t \quad w^T \mu = \rho, \\ &\quad\quad w^T e = 1. \end{aligned} \tag{7}$$

Persamaan (7) dapat menghasilkan masalah baru jika variabel R bernilai besar, hal tersebut dapat menyebabkan estimasi bobot yang kurang baik .

Untuk memperoleh hasil yang lebih stabil atau lebih baik dari masalah diatas, Brodie et al.(2009) sukses mengaplikasikan teknik $l_1 - norm$ kedalam model mean-variance Markovitz untuk mendapatkan persamaan *sparse* portofolio berikut.

$$\begin{aligned} &\min_{w \in R^n} \|\rho 1_T - Rw\|_2^2 + \tau\|w\|_1 \\ &s.t \quad w^T \mu = \rho, \\ &\quad\quad w^T 1_N = 1, \end{aligned} \tag{8}$$

Dimana $\mu = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t$, mendefinisikan R sebagai matriks $T \times N$ dan baris t sama dengan r_t^T, dan $\|w\|_1 = \sum_{i=1}^{N} |w_i|$, Parameter τ merupakan parameter regularisasi yang jika nilainya semakin besar dapat menyebabkan *short selling*. [1]

2.8 *Ellipsoidal Uncertainty Set*

Beberapa pengembangan yang signifikan mengenai *robust optimization* telah dilakukan oleh EL-Ghaoui (1998) dan Ben-Tal dan Nemirovski (2001, 2002). Terdapat masalah pada dua penelitian tersebut yaitu terjadinya *overconservatism* yang menghasilkan kinerja yang kurang baik, maka digunakan model yang mempertimbangkan uncertain linear problem dengan *Ellipsoidal Uncertainty Set* yang dinotasikan dengan simbol U, model yang diajukan sebagai berikut

$$\mu \in U_E = \{\mu : \mu = \mu_0 + Pu, \|u\|_2 \le 1\}, \tag{9}$$

Pada persamaan tersebut $��_0$ merupakan rata-rata *return* atau bernilai sama dengan $��$, dan $P = ��^T \in$ $�^{���}$ adalah matriks pengukuran untuk ellipsoid. Dengan anggapan bahwa μ berada dalam *Ellipsoidal Uncertainty Set*. Maka didapatkan persaman sebagai berikut

$$\overset{�\mathrm{i}�}{\{��\in��_{��}\}} \; �^T\mu = �^T\mu_0 - \|P�\|_2 = ��_�, \qquad (10)$$

Dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set*, model optimasi *Sparse and Robust Markowitz Mean-Variance Portfolio Optimization* dapat didefinisikan sebagai berikut

$$\min_{w \in \mathbb{R}^n} \|\rho 1_T - Rw\|_2^2 + \tau \|w\|_1$$
$$s.t. \quad w^T \mu_0 - \|Qw\|_2 \geq \rho, \tag{11}$$
$$w^T 1 = 1.$$

Dimana $\mu_0 = \mu = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t$, $\|w\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |w_i| \leq$ [illegible], τ adalah parameter *regularization.* Berdasarkan *Sparse and Robust Markovitz Mean-Variance Portfolio Optimization model*, konstrain dalam *short selling* dapat diabaikan atau menggunakan nilai yang kecil, karena meningkatkan nilai parameter τ dapat menyebabkan *short selling*.

Terlihat bahwa persamaan (11) berbentuk *second-order cone programming* (SOCP). Persamaan tersebut dapat diselesaikan menggunakan *standard software*, seperti *optimization package cvx.*. [1]

2.9 *Second-Order Cone Programming*

Beberapa tahun belakangan diperkenalkan sebuah kelas baru untuk teknik optimasi yang memegang peranan penting dalam dunia *Robust Optimization* yang disebut *Second Order Cone Programming*. Kelas optimasi ini ditujukan untuk menyelesaikan masalah minimasi sebuah fungsi objektif dengan kendala berbentuk *second order cone*.

M. S. Lobo, L. Vandeberge, Boyd S. dan H. Lebret (1998) memodelkan Second order cone programming secara umum sebagai berikut : [5]

$$\min_{x} f^T x$$

Kendala $\|A_i x + b_i\| \leq c_i^T x + d_i$ untuk i = 1, 2, …., q dengan $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $f \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times (k_i - 1)}$, $c_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $b_i \in \mathbb{R}^{(k_i - 1) \times 1}$, dan d_i skalar.

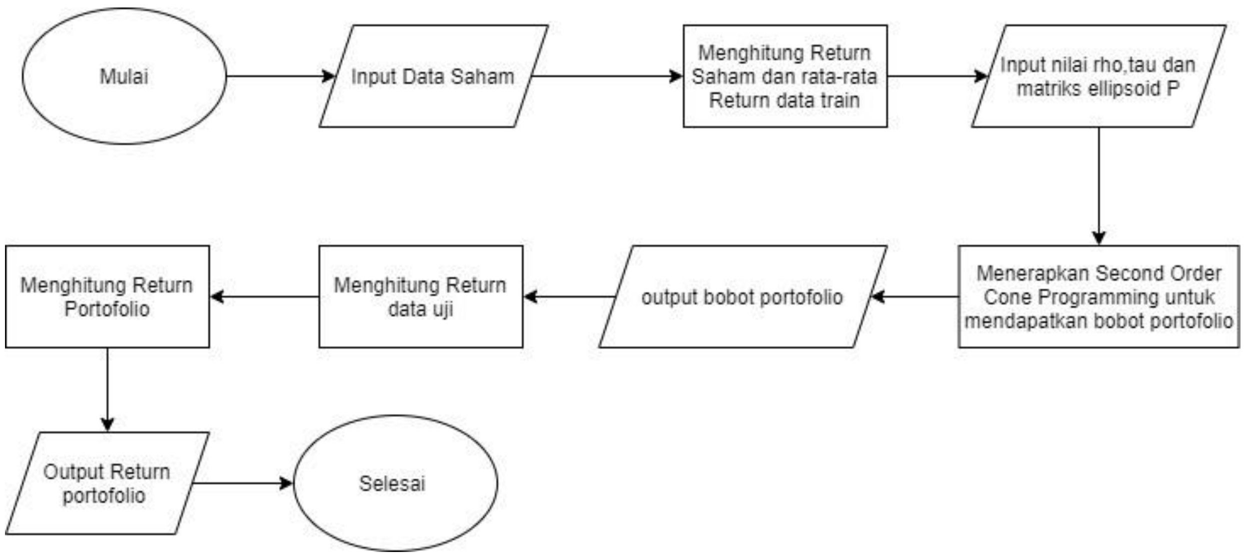
Himpunan titik-titik yang memenuhi kendala *second order cone* adalah image invers dari *second order cone* satuan terhadap pemetaan affine:

$$\|A_i x + b_i\| \leq c_i^T x + d_i \Leftrightarrow \begin{bmatrix} c_i^T \\ A_i \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} d_i \\ b_i \end{bmatrix} \in C_{k_i} \tag{12}$$

Dan konveks, $i = 1, 2, \ldots, q$.

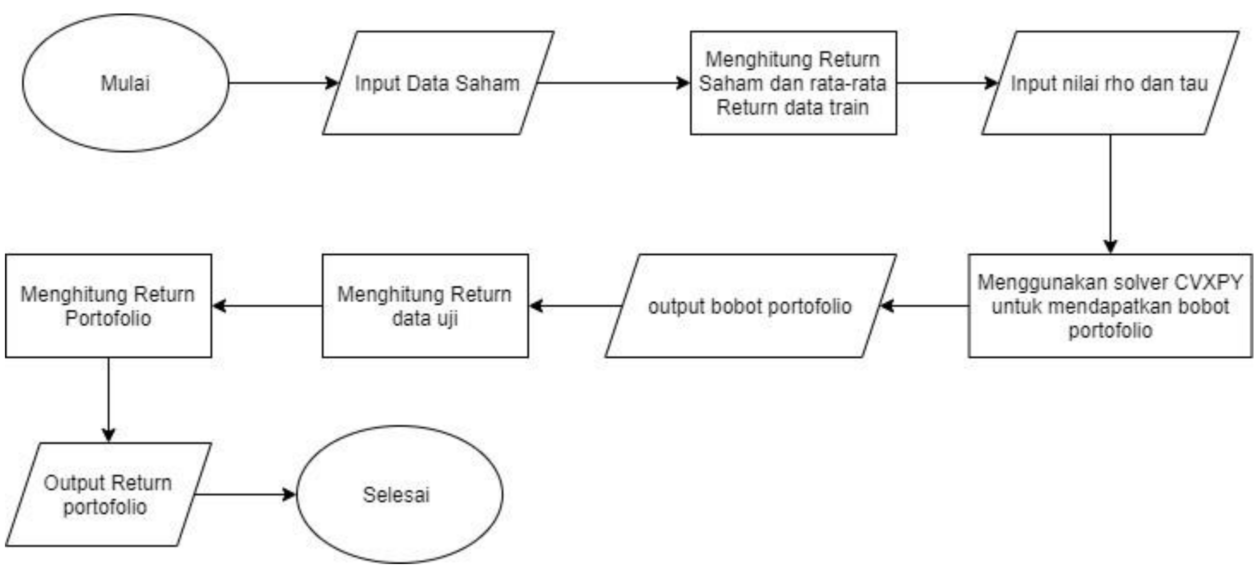
3. PERANCANGAN SISTEM

3.1 *Ellipsoidal Uncertainty Set*



Gambar 2 optimasi portofolio ellipsoidal uncertainty

3.2 *Sparse Mean-Variance*



Gambar 3 optimasi portofolio sparse mean-variance

3.3 Input Data saham

Pada proses ini akan diinputkan data saham mingguan yang berasal dari saham-saham yang termasuk dalam indeks IDX30 dan memiliki rentang waktu dari 1 januari 2010 hingga 3 januari 2020 (10 tahun).

No	Kode Saham	Nama Saham	Sektor
1	ADRO.JK	Adaro Energy Tbk.	*Mining*
2	ANTM.JK	Aneka Tambang (Persero) Tbk	*Mining*
3	ASII.JK	Astra International Tbk.	*Miscellaneous Industry*
4	BBCA.JK	Bank Central Asia Tbk.	*Finance*
5	BBNI.JK	Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk.	*Finance*
6	BBRI.JK	Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk	*Finance*
7	BBTN.JK	Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk.	*Finance*
8	BMRI.JK	Bank Mandiri (Persero) Tbk.	*Finance*
9	BRPT.JK	Barito Pacific Tbk.	*Chemical Industry*
10	CPIN.JK	Charoen Pokphand Indonesia Tbk	*Chemical Industry*
11	ERAA.JK	Erajaya Swasembada Tbk.	*Trade, Service & Investment*
12	GGRM.JK	Gudang Garam Tbk.	*Consumer Goods*
13	HMSP.JK	H.M. Sampoerna Tbk.	*Consumer Goods*
14	ICBP.JK	Indofood CBP Sukses Makmur Tbk	*Consumer Goods*
15	INDF.JK	Indofood Sukses Makmur Tbk.	*Consumer Goods*
16	INKP.JK	Indah Kiat Pulp & Paper Tbk.	*Chemical Industry*
17	INTP.JK	Indocement Tunggal Prakarsa Tbk.	*Chemical Industry*
18	ITMG.JK	Indo Tambangraya Megah Tbk.	*Mining*

19	JSMR.JK	Jasa Marga (Persero) Tbk.	*Infrastructure & Transportation*
20	KLBF.JK	Kalbe Farma Tbk.	*Consumer Goods*
21	LPPF.JK	Matahari Department Store Tbk.	*Trade, Service & Investment*
22	PGAS.JK	Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk.	*Infrastructure & Transportation*
23	PTBA.JK	Tambang Batubara Bukit Asam Tbk	*Mining*
24	PTPP.JK	PP (Persero) Tbk.	*Property and Construction*
25	SMGR.JK	Semen Indonesia (Persero) Tbk.	*Chemical Industry*
26	SRIL.JK	Sri Rejeki Isman Tbk.	*Miscellaneous Industry*
27	TLKM.JK	Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk.	*Infrastructure & Transportation*
28	UNTR.JK	United Tractors Tbk.	*Trade, Service & Investment*
29	UNVR.JK	Unilever Indonesia Tbk.	*Consumer Goods*
30	WSKT.JK	Waskita Karya (Persero) Tbk.	*Property and Construction*

Tabel 1 list data saham IDX30

3.4 Menghitung *Return*, rata-rata *Return* dan nilai γ

Pada step ini dilakukan perhitungan *return* tiap saham data train, rata-rata *return* tiap saham, dan menentukan nilai parameter regularisasi yang jika semakin besar nilainya dapat mempengaruhi *short-selling*. Step ini dilakukan untuk *Sparse Mean-Variance*.

3.5 Menghitung *Return*, rata-rata *Return*, nilai γ dan menetapkan parameter P

Pada step ini dilkakukan perhitungan *return* tiap saham data train, rata-rata *return*, nilai γ dan matriks *ellipsoid* P untuk optimasi portofolio dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set*.

3.6 Mencari Bobot dengan *Ellipsoidal Uncertainty Set*

Pada step ini dilakukan perhitungan bobot yang paling optimal dengan cara menginputkan nilai matriks *ellipsoid* (P), ρ dan μ, lalu dicari bobot portofolionya dengan mengubah constraint persamaan (11) kedalam bentuk SOCP seperti berikut :

Jika melihat persamaan umum SOCP

$$\text{minimize } f^T x$$

subject to

$$\|A_i x + b_i\|_2 \le c_i^T x + d_i, \quad i = 1, \ldots, m$$

(13)

Maka *constraint* pada persamaan (11) dapat diubah sebagai berikut :

Objective

$$\min_{w \in R^{n}} \|\rho 1_T - R w\|_2^2 + \tau \|w\|_1$$

Subject to

$$\begin{gathered} w^T \mu - ||P.w||_2 \geq \rho \\ w^T \mu \geq \rho + ||P.w||_2 \\ w^T \mu - \rho \geq ||P.w||_2 \\ ||P.w||_2 \leq w^T \mu - \rho \end{gathered} \quad (14)$$

$$w^T.1 = 1$$

Setelah itu diselesaikan menggunakan *function* SOCP dalam *solver* CVXPY, yaitu *solver* untuk menyelesaikan permasalahan *convex*.

3.7 Menentukan *Weight* Portofolio dengan *Sparse Mean-Variance*

Pada step ini untuk menghitung bobot portofolio digunakan *solver* CVXPY untuk *menghitung objective function* (f*) Sparse Mean-Variance* dan bobot portofolio optimal.

3.8 *Return* Portofolio

Pada tahap ini dihitung *return* portofolio menggunakan data uji 3 tahun (2017-2020) dan menghitung rumus (4), setelah itu dihitung nilai rata-rata, minimum dan maksimum nya dari *return* portofolio yang telah dihitung dan dibandingkan antara *return* portofolio dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dengan *Spase Mean-Variance.*

4. Evaluasi

4.1 Skenario Pengujian

a. Data memiliki rentang waktu 10 tahun, 7 tahun sebagai data train (01 januari 2010 – 01 januari 2017) dan data uji tiga tahun (02 januari 2017 – 03 januari 2020).

b. Pengujian dilakukan 6 kali dengan jumlah emiten dan nilai τ yang berbeda-beda untuk masing-masing optimasi portofolio dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dan *Sparse Mean-Variance*.

c. 2, 3, 4, 5, 6,7 emiten data saham untuk pengujain dengan pertimbangan 1 saham dari tiap jenis sektor data.

d. Mencari bobot portofolio optimal dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* dengan SOCP sesuai pengujian emiten diatas.

e. Mencari bobot portofolio optimal dengan *Sparse Mean-Variance* sesuai pengujian emiten diatas menggunakan solver CVXPY

f. Hitung *return* saham data uji dan menghitung *return* portofolio sesuai bobot portofolio yang telah didapatkan

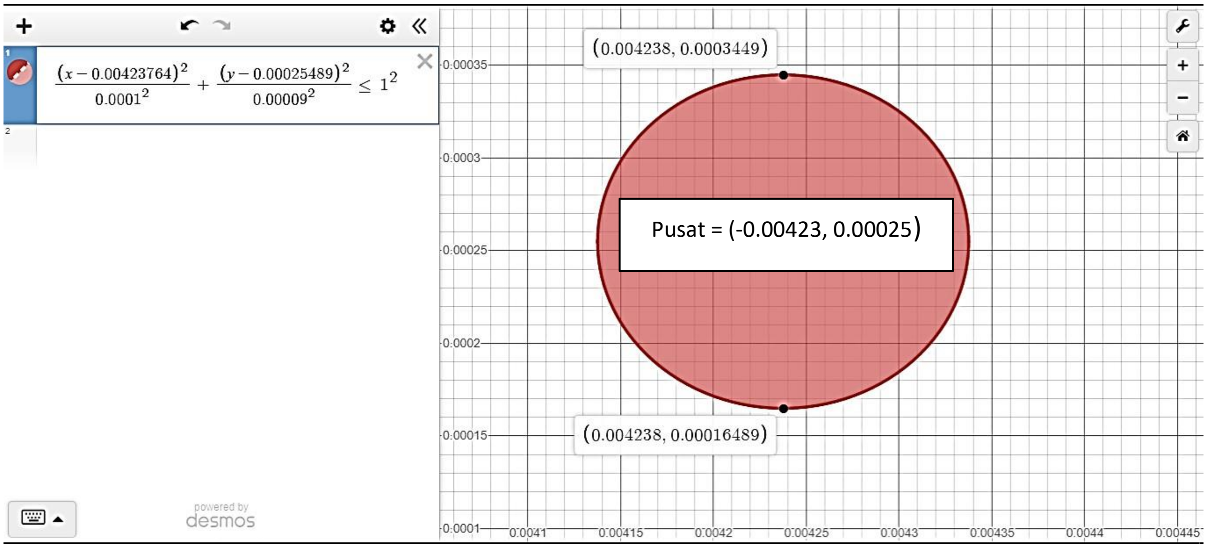
g. Untuk urutan pengujian dijabarkan sebagai berikut :

2 emiten = PGAS.JK dan BBRI.JK
3 emiten = PGAS.JK, BBRI.JK dan ASII.JK
4 emiten = PGAS.JK, BBRI.JK, ASII.JK dan CPIN.JK
5 emiten = PGAS.JK, BBRI.JK, ASII.JK, CPIN.JK dan ANTM.JK
6 emiten = PGAS.JK, BBRI.JK, ASII.JK, CPIN.JK, ANTM.JK dan GGRM.JK
7 emiten = PGAS.JK, BBRI.JK, ASII.JK, CPIN.JK, ANTM.JK, GGRM.JK dan LPPF.JK

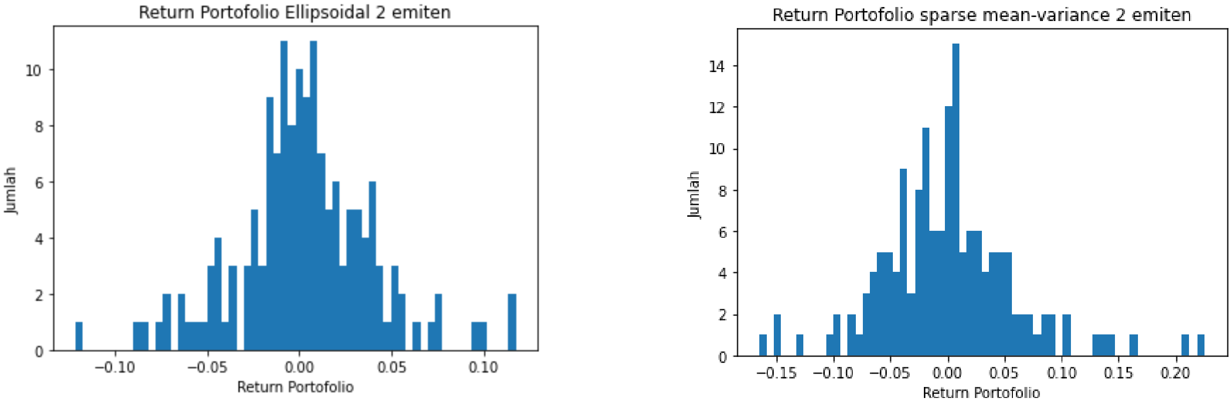
4.2 Hasil Pengujian

4.2.1 Pengujian 2 emiten Saham

a. Pengujian dua emiten Saham dengan P = [0.0001 , 0.00009] untuk *ellipsoidal uncertainty set*, beserta ρ = 0.0002 dan ι = 0.6, 0.1 dan 0.01 (emiten PGAS.JK dan BBRI.JK)

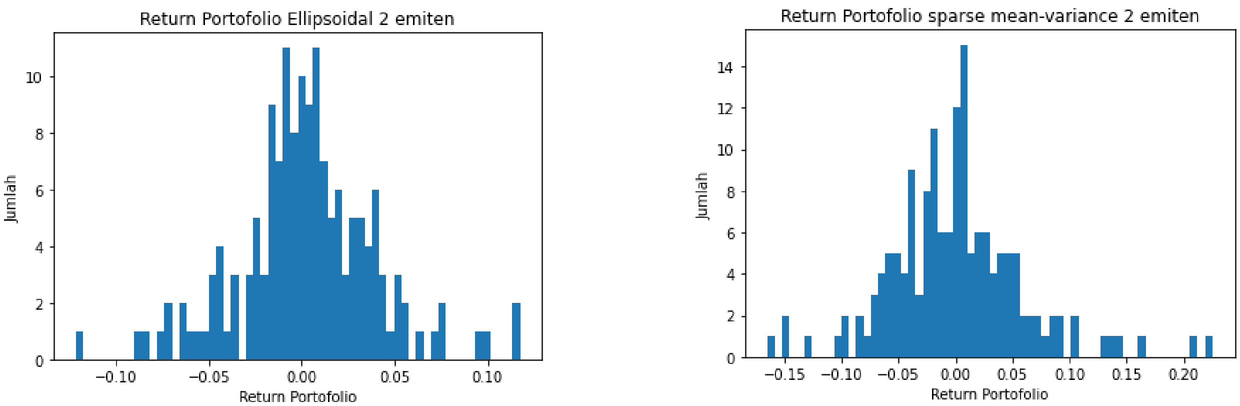


Gambar 4 gambar ellips untuk 2 emiten PGAS.JK dan BBRI.JK



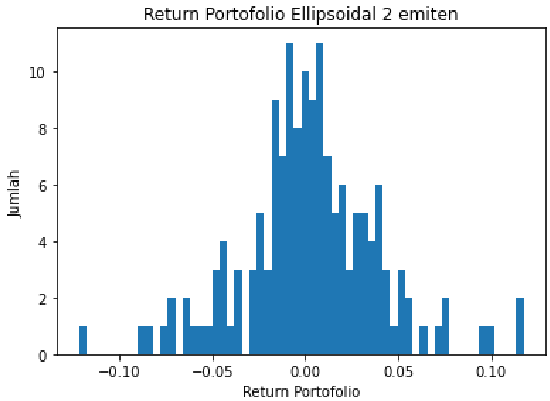
(a) (b)

Gambar 5 grafik return portofolio 2 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.6

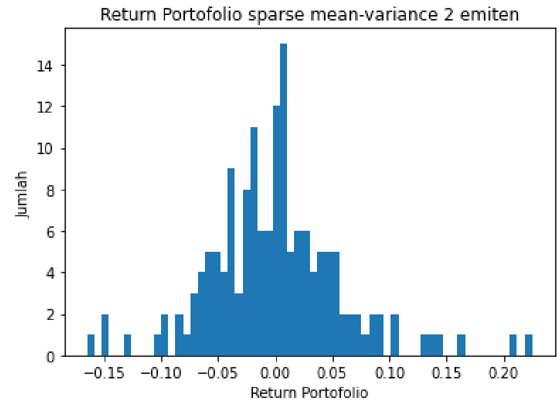


(a) (b)

Gambar 6 grafik return portofolio 2 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.1



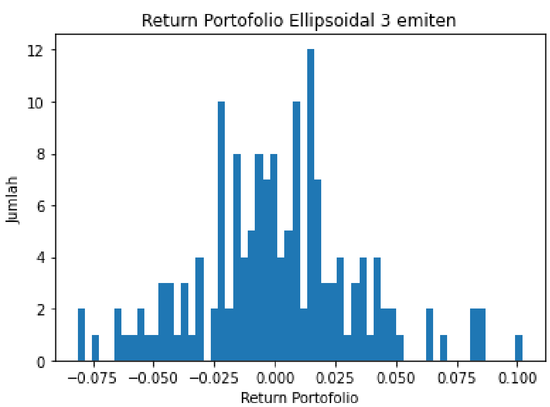
(a)



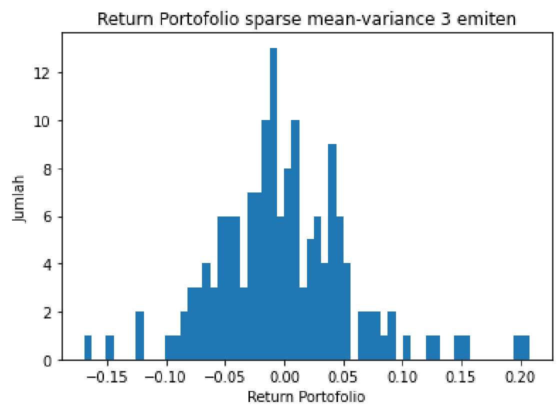
(b)

Gambar 7 grafik return portofolio 2 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.01

b. Pengujian tiga emiten Saham dengan P = [0.0001, 0.00009, 0.00008], beserta ρ = 0.0002 dan ι = 0.6, 0.1 dan 0.01 (emiten ASII.JK, PGAS.JK dan BBRI.JK).

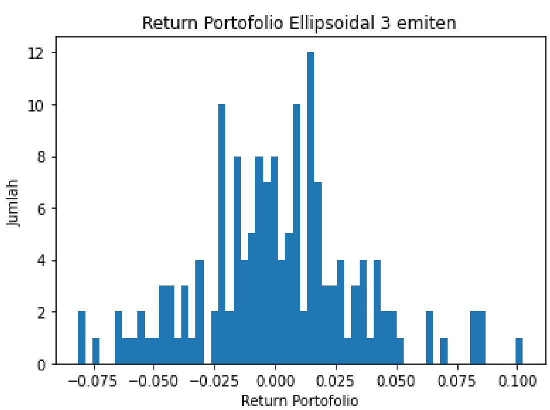


(a)

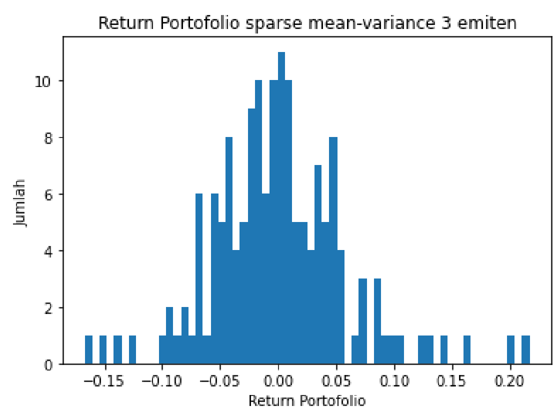


(b)

Gambar 8 grafik return portofolio 3 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.6

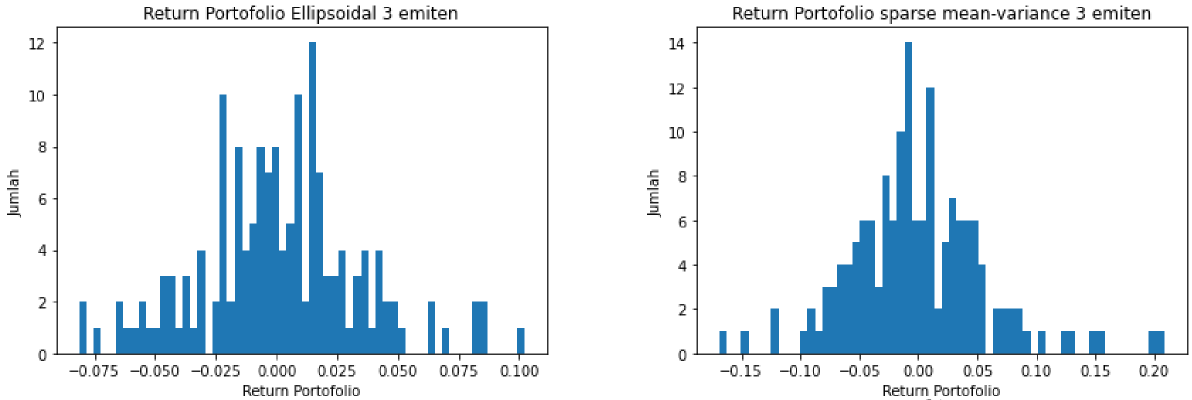


(a)



(b)

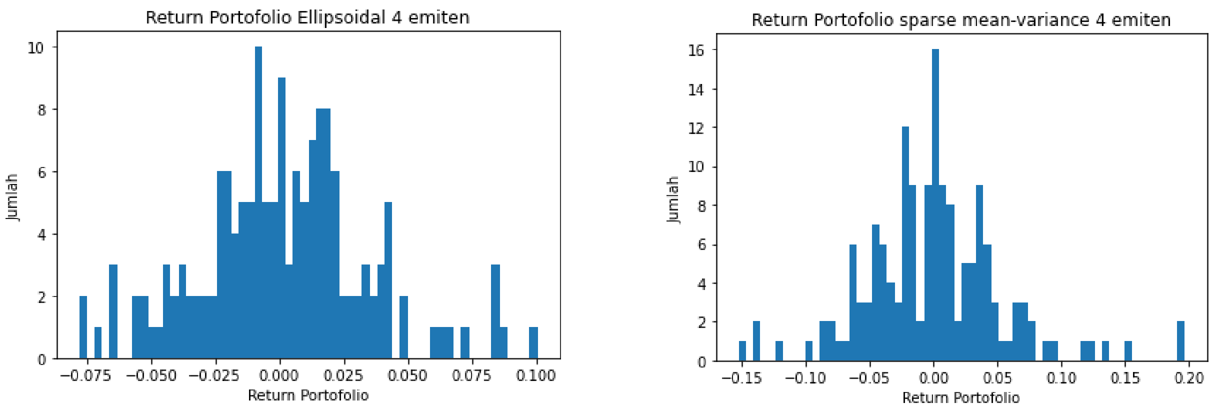
Gambar 9 grafik return portofolio 3 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.1



(a) (b)

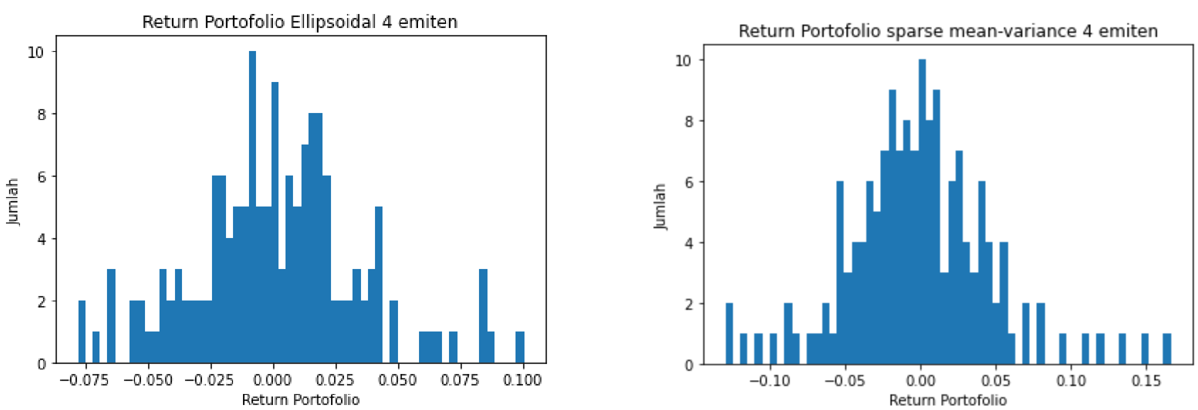
Gambar 10 grafik return portofolio 3 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.01

c. Pengujian empat emiten saham dengan P = [0.0001, 0.00009, 0.00008, 0.0001] untuk *ellipsoidal uncertainty set*, beserta ρ = 0.0002 dan ι = 0.6, 0.1 dan 0.01 (emiten ASII.JK, BBRI.JK , CPIN.JK dan PGAS.JK)



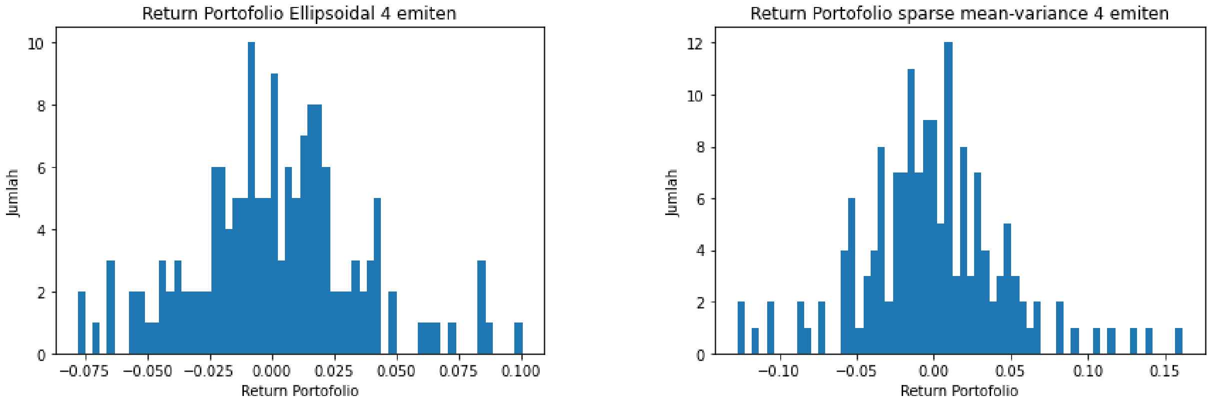
(a) (b)

Gambar 11 grafik return portofolio 4 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.6



(a) (b)

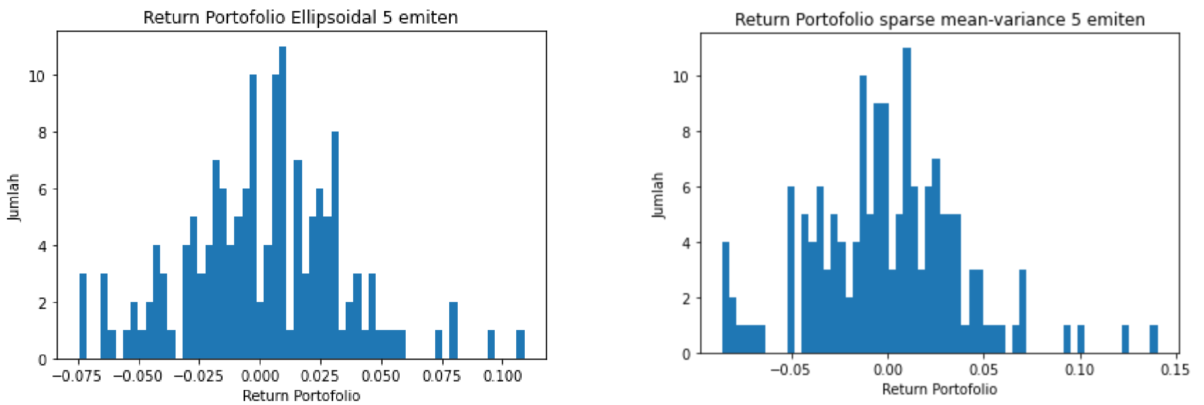
Gambar 12 grafik return portofolio 4 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.1



(a) (b)

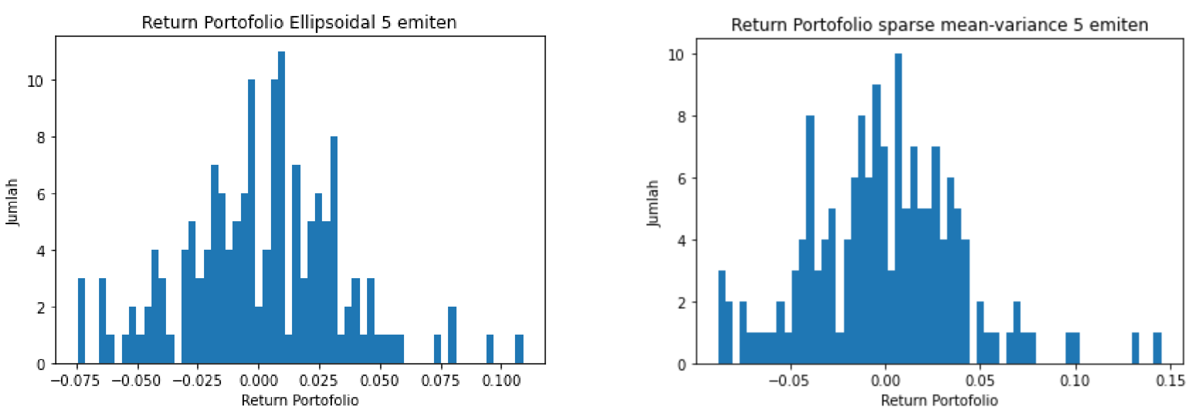
Gambar 13 grafik return portofolio 4 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.01

d. Pengujian lima emiten Saham dengan P = [0.0001, 0.00009, 0.00008, 0.0001, 0.00009] *untuk ellipsoidal uncertainty set*, beserta ρ = 0.0002 dan ι = 0.6, 0.1 dan 0.0.1 (emiten ANTM.JK, ASII.JK, BBRI.JK , CPIN.JK dan PGAS.JK)



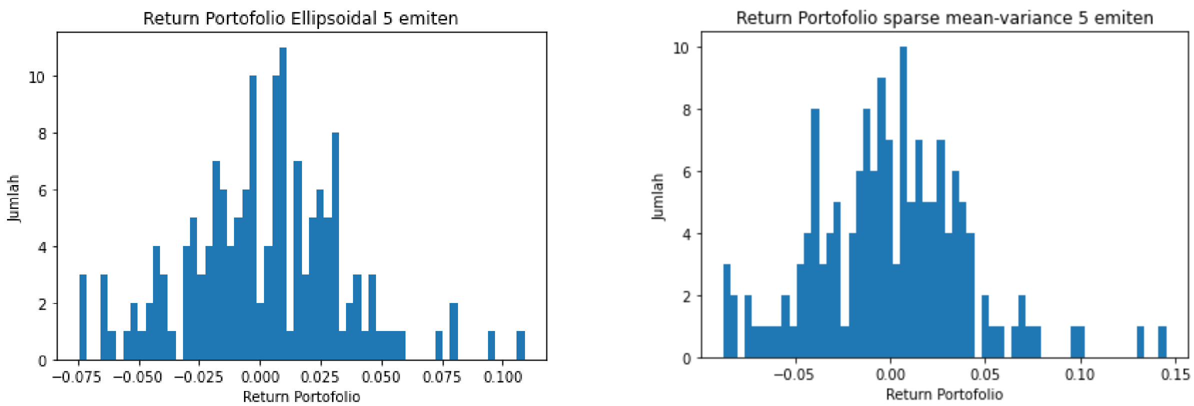
(a) (b)

Gambar 14 grafik return portofolio 5 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.6



(a) (b)

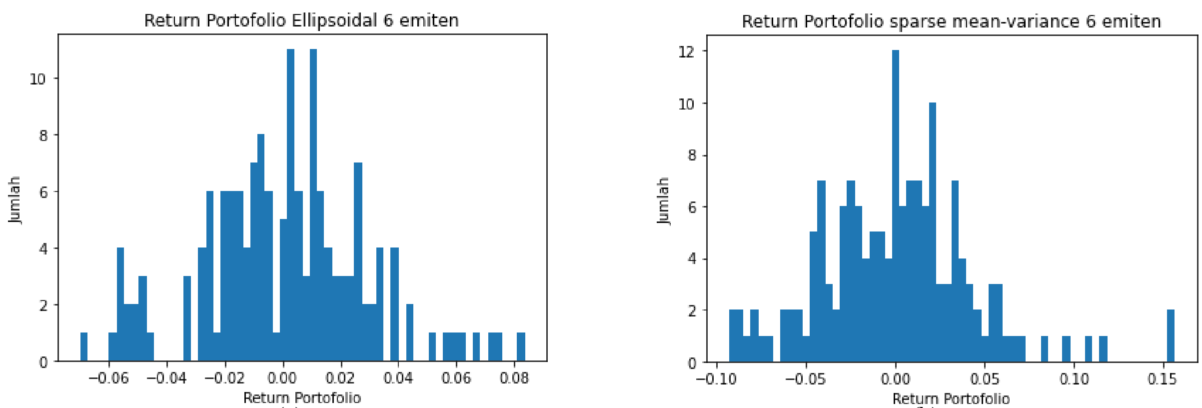
Gambar 15 grafik return portofolio 5 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.1



(a) (b)

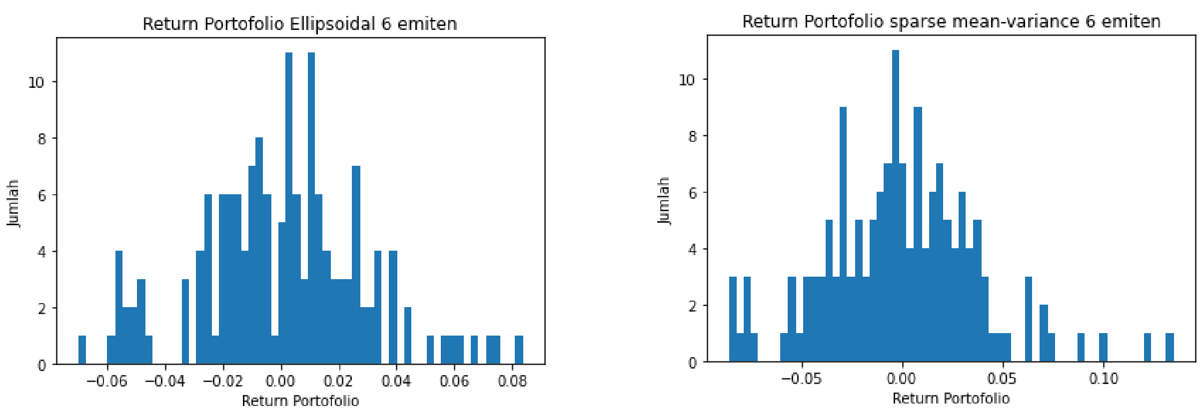
Gambar 16 grafik return portofolio 5 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.01

e. Pengujian enam emiten Saham dengan P = [0.0001, 0.00009, 0.00008, 0.0001, 0.00009, 0.00008] untuk *ellipsoidal uncertainty set*, ρ = 0.0002 dan ι = 0.6, 0.1 dan 0.01 (emiten ANTM.JK, ASII.JK, BBRI.JK , CPIN.JK, GGRM.JK dan PGAS.JK)



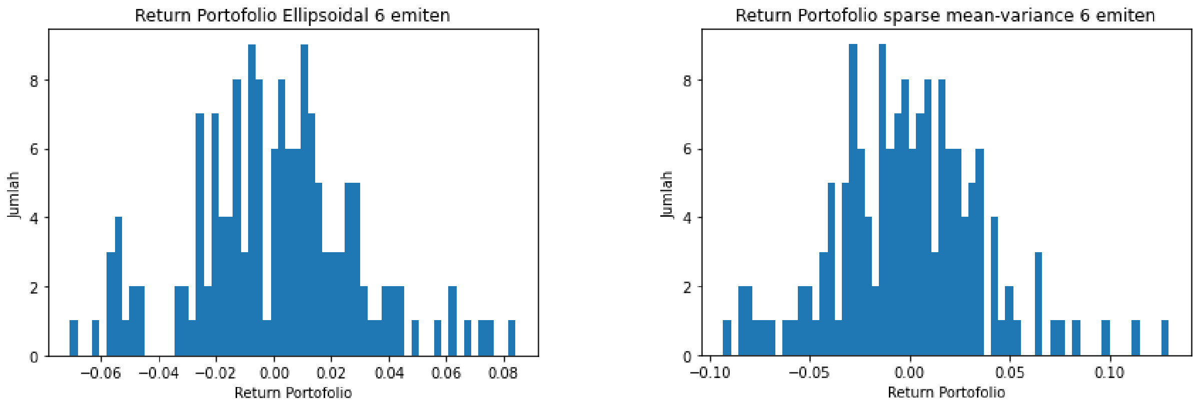
(a) (b)

Gambar 17 grafik return portofolio 6 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.6



(a) (b)

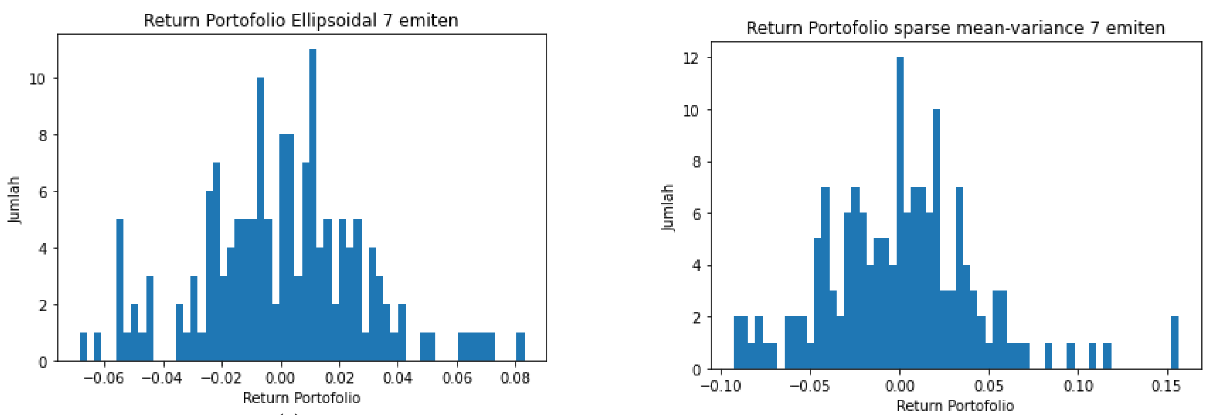
Gambar 18 grafik return portofolio 6 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.1



(a) (b)

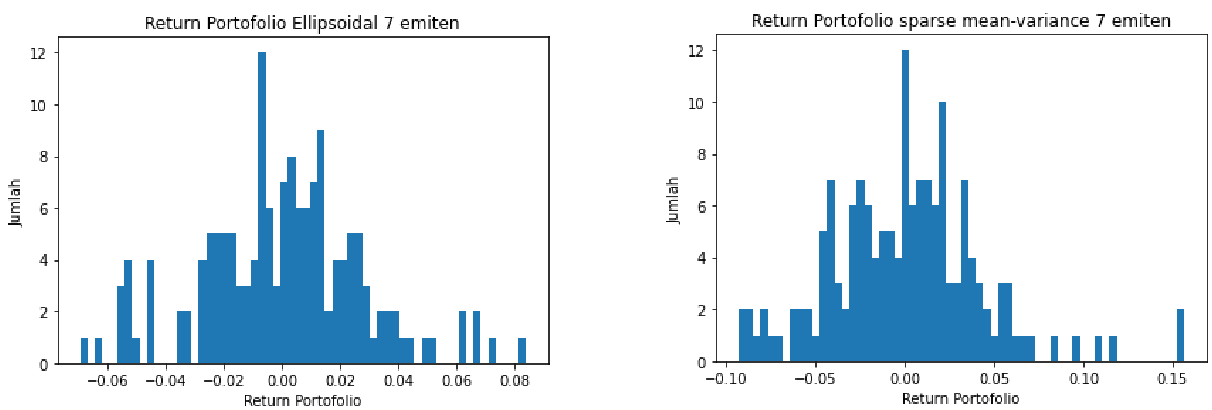
Gambar 19 grafik return portofolio 6 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan λ = 0.01

f. tujuh emiten Saham dengan P = [0.0001, 0.00009, 0.00008, 0.0001, 0.00009, 0.00008, 0.0001] untuk *ellipsoidal uncertainty set*, ρ = 0.0002 dan λ = 0.6, 0.1 (emiten ANTM.JK, ASII.JK, BBRI.JK , CPIN.JK, GGRM.JK, LPPF.JK dan PGAS.JK)



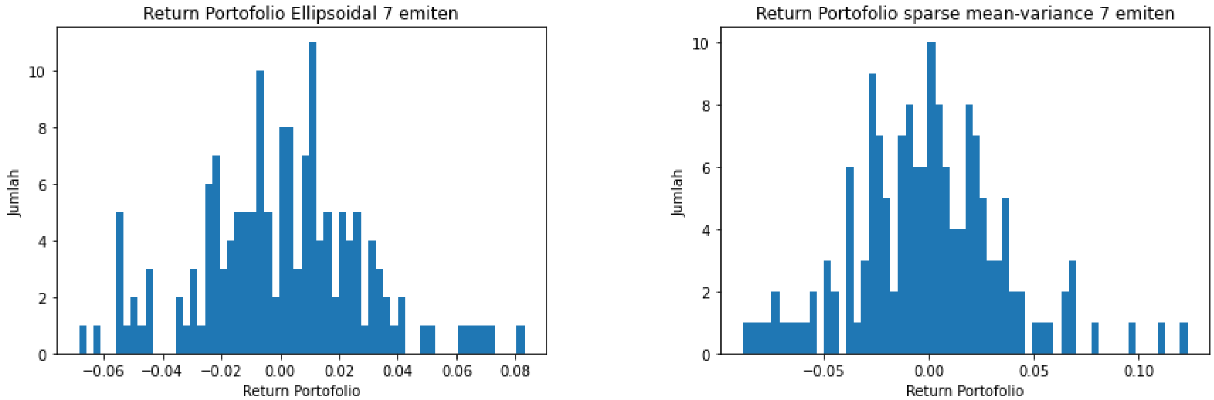
(a) (b)

Gambar 20 grafik return portofolio 7 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan λ = 0.6



(a) (b)

Gambar 21 grafik return portofolio 7 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan λ = 0.1



(a) (b)

Gambar 22 grafik return portofolio 7 emiten (a) ellipsoidal uncertainty set dan (b) sparse mean variance dengan ι = 0.01

Bobot dan kinerja (*return* portofolio dan *sharpe ratio*) hasil pengujian dapat dilihat pada tabel berikut :

a. Bobot Keseluruhan

Jumlah Saham	Kode saham	Bobot Portofolio *Ellipsoidal Uncertainty Set*			Bobot Portofolio *Sparse Mean Variance*		
		ι = 0.01	ι = 0.1	ι = 0.6	ι = 0.01	ι = 0.1	ι = 0.6
2 saham	BBRI	0.533	0.533	0.533	-0.013	-0.013	-0.013
	PGAS	0.466	0.466	0.466	1.01	1.01	1.01
3 saham	BBRI	0.272	0.272	0.272	-0.218	-0.112	-0.013
	PGAS	0.348	0.348	0.348	0.952	0.984	1.01
	ASII	0.378	0.378	0.378	0.265	0.127	0
4 saham	BBRI	0.257	0.257	0.257	0.135	0.083	0
	PGAS	0.341	0.341	0.341	0.706	0.74	0.911
	ASII	0.367	0.367	0.367	0.415	0.396	0.16
	CPIN	0.033	0.033	0.033	-0.257	-0.221	-0.077
5 saham	BBRI	0.189	0.189	0.189	0.09	0.036	0
	PGAS	0.258	0.258	0.258	0.37	0.383	0.41
	ASII	0.324	0.324	0.324	0.317	0.292	0.14
	CPIN	0.006	0.006	0.006	-0.136	-0.092	0
	ANTM	0.22	0.22	0.22	0.357	0.379	0.438
6 saham	BBRI	0.12	0.114	0.114	0.023	0	0
	PGAS	0.195	0.192	0.192	0.347	0.36	0.418
	ASII	0.244	0.24	0.24	0.26	0.23	0.0755
	CPIN	-0.019	0	0	-0.192	-0.146	0
	ANTM	0.172	0.169	0.169	0.35	0.371	0.45
	GGRM	0.286	0.283	0.283	0.21	0.181	0.0557
7 saham	BBRI	0.118	0.111	0.111	0.04	0	0
	PGAS	0.187	0.184	0	0.334	0.35	0.41
	ASII	0.238	0.233	0.233	0.267	0.24	0.075
	CPIN	-0.02	0	0	-0.164	-0.118	0
	ANTM	0.171	0.169	0.169	0.323	0.348	0.45
	GGRM	0.276	2.73	0.27	0.236	0.206	0.055
	LPPF	0.027	0.0275	0.027	0.038	-0.034	0

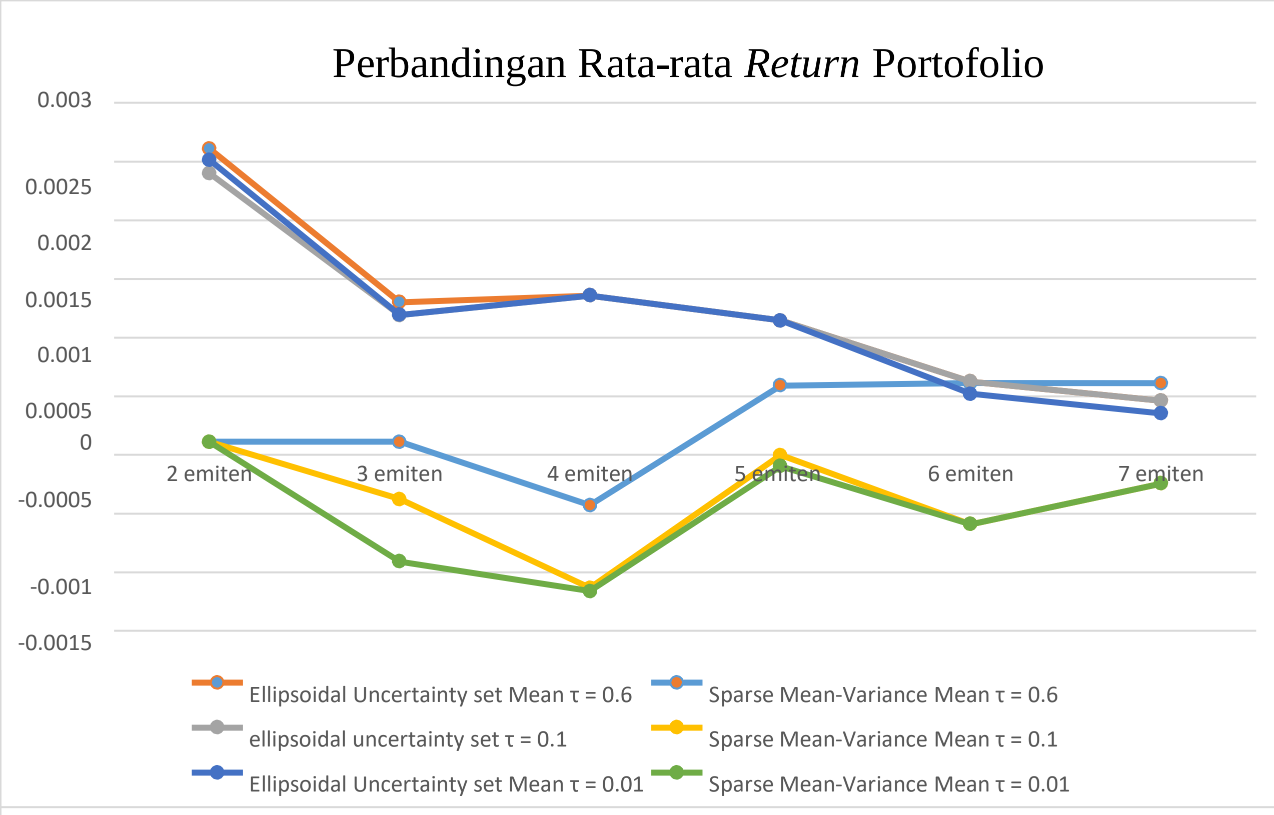
Tabel 2 tabel bobot keseluruhan

b. Kinerja Keseluruhan

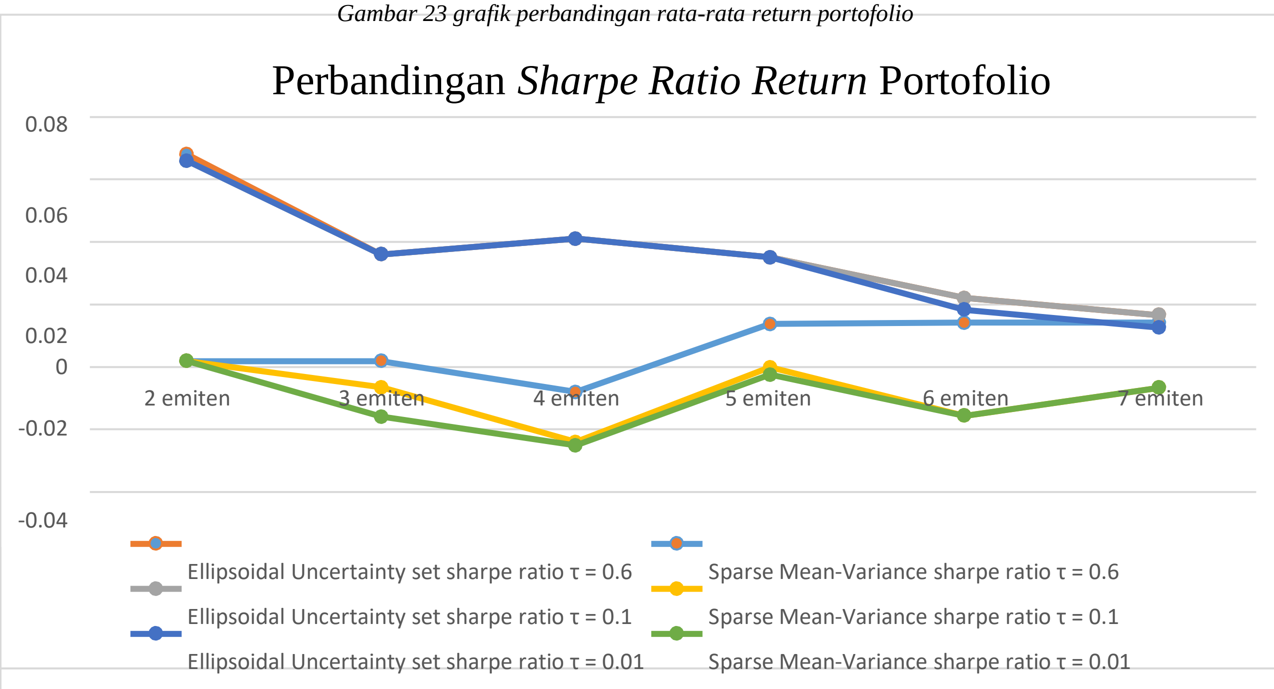
Jumlah Saham	Kategori	Kinerja *Ellipsoidal Uncertainty Set*			Kinerja *Sparse Mean Variance*		
		ɩ = 0.01	ɩ = 0.1	ɩ = 0.6	ɩ = 0.01	ɩ = 0.1	ɩ = 0.6
2 saham	Rata-rata *return* portofolio	0.0025	0.0025	0.0025	0.0001	0.0001	0.0001
	Sharpe ratio return portofolio	0.068	0.068	0.068	0.0018	0.0018	0.0018
3 saham	Rata-rata *return* portofolio	0.001	0.001	0.001	0.0009	0.0003	0.0001
	Sharpe ratio return portofolio	0.035	0.035	0.035	0.0159	-0.006	0.0018
4 saham	Rata-rata *return* portofolio	0.0013	0.0013	0.0013	0.0011	0.001	0.0004
	Sharpe ratio return portofolio	0.041	0.041	0.041	0.025	-0.023	-0.007
5 saham	Rata-rata *return* portofolio	0.001	0.001	0.001	0	0	0.00059
	Sharpe ratio return portofolio	0.035	0.035	0.035	0.0024	0	0.0137
6 saham	Rata-rata *return* portofolio	0.0005	0.0006	0.0006	0.00059	0.00059	0.00061
	Sharpe ratio return portofolio	0.018	0.022	0.022	0.0156	-0.015	0.014
7 saham	Rata-rata *return* portofolio	0.0003	0.0004	0.0004	0.000245	0.0002	0.0006
	Sharpe ratio return portofolio	0.012	0.016	0.016	0.006	-0.006	0.014

Tabel 3 Kinerja Keseluruhan

Jika dibandingkan kinerja portofolio *Ellipsoidal Uncertainty Set* dan *Sparse Mean-Variance* dengan nilai ɩ yang berbeda-beda, maka didapatkan grafik sebagai berikut :



Gambar 23 grafik perbandingan rata-rata return portofolio



Gambar 24 grafik perbandingan sharpe ratio

4.4 Analisis Hasil Pengujian

Berdasarkan hasil pengujian dengan nilai ρ (*worst case expected return*) yang sama yaitu 0.0002. *Return* Portofolio yang dihasilkan dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* menghasilkan rata-rata *return* portofolio yang lebih besar dari *Sparse Mean-Variance* dengan urutan $\iota = 0.6$ menghasilkan kinerja yang paling baik, diikuti dengan $\iota = 0.1$ dan $\iota = 0.01$.

Berdasarkan grafik return portofolio diatas, nilai rata-rata return portofolio dan *sharpe ratio* dengan menggunakan $\iota = 0.6$ menghasilkan kinerja yang sedikit lebih baik dari $\iota = 0.1$ dan $\iota = 0.01$.

5. Kesimpulan

Optimasi portofolio dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* menghasilkan rata-rata *return* portofolio yang lebih besar dibandingkan *return* portofolio *Sparse Mean-Variance* pada sebagian besar pengujian. Beberapa nilai rata-rata *return* portofolio *Sparse Mean-Variance* cenderung lebih kecil dibandingkan dengan *worst case expected return* ([illegible]).

Return Portofolio yang dihasilkan dengan melibatkan *Ellipsoidal Uncertainty Set* menghasilkan rata-rata *return* portofolio yang lebih besar dan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan *Sparse Mean-Variance* dengan urutan $\iota = 0.6$ menghasilkan kinerja yang paling baik, diikuti dengan $\iota = 0.1$ dan $\iota = 0.01$.

Daftar Pustaka

[1] Z. Dai and F. Wang, "Sparse and robust mean-variance portfolio optimization problems," *Phys. A Stat. Mech. its Appl.,*, 2019.

[2] M. Capi´nski and T. Zastawniak, Mathematics for Finance : An Introduction to Financial Engineering, Springer, 2003.

[3] S. Senthilnathan, "Risk, Return and Portfolio Theory –A Contextual Note," *International Journal of Science and Research (IJSR),* p. 710, 2016.

[4] J. Hartono, "Teori Portofolio dan Analisis Investasi," *BPFEUGM.,* 2010.

[5] L. M., V. L., B. S. and L. H., "Applications of Second-Order Programming, Linear Algebra and its Appls 284," pp. pp. 193-228, 1998.

[6] F. Alizadeh and D. Goldfarb, "Second-Order Cone Programming," in *Springer-Verlag*, New York, 2003.

[7] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty, Nonlinear Programming: Theory and Algorithms (3rd Edition), New jersey.: John Wiley & Sons, Inc., 2006.

[8] M. H. M., "Portfolio Selection," *Journal of Finance,* vol. 7, 1952.

[9] V. G. L. &. U. R. DeMiguel, "Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?," *The Review of Financial Studies,* vol. 22(5), pp. 1915-1953, 2009.