Value-at-Risk Berbasis Model Weibull *Autoregressive Conditional Amount*

Abdurrazaq Naufal[1], Rian Febrian Umbara[2], Aniq Atiqi Rohmawati[3]

[1,2,3]Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung
[1]abdrzqnaufal@students.telkomuniversity.ac.id, [2]rianum@telkomuniversity.ac.id,
[3]aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Saat ini masyarakat Indonesia banyak yang menggunakan jasa asuransi untuk jaminan kesehatan mereka di masa mendatang. Dengan banyaknya masyarakat yang menggunakan jasa asuransi maka bisa menyebabkan adanya *over claim* yang merupakan salah satu risiko bagi perusahaan asuransi. Risiko kerugian dapat dicari dengan menentukan nilai *Value-at-Risk* (VaR) pada data besar klaim asuransi. Untuk menentukan VaR perlu melibatkan ekspektasi bersyarat model *Autoregressive Conditional Amount* (ACA). Dalam pemodelan ACA dilakukan pemilihan distribusi yang cocok untuk kerugian klaim yaitu distribusi Weibull yang menjadi landasan untuk model Weibull *Autoregressive Conditional Amount* (WACA). Pada tugas akhir ini model WACA yang digunakan berorde (1,1). Parameter model WACA diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Akurasi *Correct* VaR dengan melibatkan model WACA(1,1) adalah 95.45%, 97.86%, dan 99.46% dengan proporsi nilai observasi adalah 90%, 95%, dan 99%.

Kata kunci : Klaim Asuransi, Value-at-Risk, ACA, Distribusi Weibull, WACA, Correct VaR

Abstract

Currently, most Indonesian people use insurance services for their health insurance in the future. With so many people who use the services of insurance, it can causes an over claim which is one of the risks for insurance companies. The risk of loss can be sought by determining the Value-at-Risk (VaR) on the large data of insurance claims. To determine the VaR, it needs to involve the conditional expectation of the Autoregressive Conditional Amount (ACA) model. The selection of suitable distributions of ACA for the claim losses is the Weibull distribution which is the basis for the Weibull Autoregressive Conditional Amount (WACA) model. In this research, WACA model which used is orde (1,1). WACA model parameters are estimated using the Maximum Likelihood Estimator (MLE) method.. Correct VaR accuracy involving WACA (1,1) models is 95.45%, 97.86%, and 99.46% with 90%, 95%, and 99% confidence levels.

Keywords: Insurance claim, Value-at-Risk, ACA, Weibull Distribution, WACA, Correct VaR

1. Pendahuluan

Latar Belakang

Menurut Suhawan (1994) asuransi masuk ke Indonesia dengan perantara orang Belanda dan mendirikan perusahaan asuransi bernama "*De Nederlanden va*n 1845" [1]. Semenjak saat itu, asuransi di Indonesia mengalami perkembangan dengan meningkatkan pelayanan melalui produk baru yang lebih inovatif. Setiap orang mempunyai risiko diantaranya adalah masalah kesehatan di masa mendatang. Namun dengan kemungkinan risiko pembiayaan setiap orang banyak menggunakan jasa perusahaan asuransi untuk menanggulangi risiko pembiayaan tersebut.

Namun perusahaan asuransi tidak lepas dari beberapa permasalahan. Risiko yang dihadapi biasanya berkaitan dengan besar klaim, yang terdiri dari frekuensi klaim atau *severity* (*loss*) untuk besar klaim [2]. Sehingga jika perusahaan asuransi *over claim* maka akan mengakibatkan kerugian bagi perusahaan asuransi tersebut. Dalam hal ini risiko kerugian tersebut dapat diukur dengan metode *Value-at-Risk* (VaR).

VaR adalah salah satu konsep yang digunakan untuk pengukuran risiko dalam *risk management* [3]. Ada 3 variabel yang dapat memengaruhi perhitungan VaR dalam pengukuran risiko yaitu tingkat kepercayaan, waktu observasi, dan histori kerugian (Harper, 2004). Besar klaim asuransi dimodelkan dengan menggunakan model time series, yang melibatkan histori data kerugian klaim. Model *Autoregressive Conditional Duration* (ACD) adalah suatu model yang digunakan untuk memodelkan data time series dengan interval waktu kedatangan transaksi yang pendek dan tidak regular (*ultra high frequency data*) [4]. Dimana Model ACD merupakan ide untuk model *Autoregressive Conditional Amount* (ACA). Penelitian dengan model ACA juga pernah dilakukan oleh Araichi (2016) untuk besar klaim asuransi[5] .

Untuk data besar klaim biasanya berdistribusi Cauchy, Beta, Weibull, atau Rayleigh [6]. Dalam tugas akhir ini, data klaim asuransi menggunakan distribusi Weibull. Hal tersebut yang melandasi terbentuknya model *Weibull Autoregressive Conditional Amount* (WACA) pada data klaim asuransi. Pada tugas akhir ini, model

WACA dilibatkan untuk menghitung VaR dalam mencari nilai klaim paling tinggi yang dianggap sebagai risiko.

Topik dan Batasannya

Permasalahan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini adalah bagaimana menentukan fungsi kepadatan peluang pada data besar klaim asuransi. Setelah itu bagaimana melakukan estimasi parameter untuk menentukan VaR dari model WACA(1,1). Terakhir bagaimana menentukan akurasi nilai VaR menggunakan metode *Correct* VaR.

Tujuan

Tujuan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini adalah menentukan fungsi kepadatan peluang pada data besar klaim asuransi, Melakukan estimasi parameter untuk menentukan *Value-at-Risk* (VaR) dari model WACA(1,1), dan menentukan akurasi nilai VaR menggunakan metode *Correct* VaR.

2. Studi Terkait

2.1 Klaim Asuransi

Tuntutan ganti rugi oleh tertanggung kepada penanggung biasanya disebut klaim atau dapat dikatakan klaim adalah tuntutan terhadap hak yang timbulnya disebabkan karena adanya perjanjian asuransi yang telah berakhir [7]. Sebelum klaim asuransi dapat disetujui, pihak perusahaan asuransi akan meninjau validitas klaim dan klaim yang diajukan sesuai prosedur yang tertera dalam polis atau perjanjian asuransi tertulis. Apabila sesuai perjanjian, maka klaim dapat diajukan.

2.2 *Autoregressive Conditional Amount* (ACA)

Angle dan Russel memperkenalkan model *Autoregressive Conditional Duration* (ACD) pada tahun 1998. Mereka mengusulkan model ACD untuk menggambarkan perubahan waktu kedatangan klaim dalam interval waktu yang tidak sama. Dalam model ACA(p,q) mengikuti ide model dari ACD(p,q) dimana model ACA(p,q) memprediksi besar klaim.

$$\mathrm{Y_t} = \psi_t \cdot \varepsilon_t \tag{2.1}$$

$$\psi_t = \omega + \sum_{i=1}^{p} a_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} b_i \psi_{t-i} \tag{2.2}$$

Keterangan :

Y_t : Peubah acak pada saat t, pada tugas akhir ini adalah besar klaim

ψ_t : Ekspektasi Y_t bersyarat Ω_{t-1} , dimana Ω_{t-1} merupakan himpunan pengamatan masa lalu sampai waktu t-1, untuk $\psi(1)$ diperoleh dari $E(Y_1)$

ε_t : Peubah acak inovasi, $E(\varepsilon_t) = 1$

ω, a_i, b_i : Parameter model ACA (p,q)

2.3 Distribusi Weibull

Distribusi Weibull pertama kali diperkenalkan oleh ahli fisika dari Swedia, Wallodi Weibull pada tahun 1939 [8]. Distribusi Weibull merupakan distribusi positif dan merupakan distribusi kontinu dengan parameter α dan β. Berikut rumus dalam distribusi Weibull [9].

Fungsi kumulatif dari distribusi Weibull adalah,

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)\right)^{\beta}, x \geq 0 \tag{2.3}$$

Jika fungsi kumulatif diturunkan akan dihasilkan fungsi kepadatan peluang,

$$f(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-(x/\alpha)\right)^{\beta}, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

Rata-rata (*mean*) dari distribusi Weibull adalah,

$$E(X) = \alpha\,\Gamma\left[1 + \frac{1}{\beta}\right] \tag{2.5}$$

Keterangan:

x : Data Besar Klaim Asuransi

α : $\alpha > 0$, parameter skala

β : $\beta > 0$, parameter bentuk

$F(x)$: Fungsi kumulatif distribusi Weibull

$f(x)$: Fungsi kepadatan peluang distribusi Weibull

$E(X)$: Rata-rata

2.4 Weibull *Autoregressive Conditional Amount* (WACA)

ACA memiliki nilai observasi yang positif sehingga pemilihan distribusinya adalah distribusi yang positif yaitu distribusi Weibull[10]. Apabila Inovasi dalam persamaan (2.1) berdistribusi Weibull maka model tersebut adalah model WACA. Model WACA (1,1) adalah,

$$\mathrm{Y_t} = \psi_t \cdot \varepsilon_t \tag{2.6}$$

$$\psi_t = \omega + a_1 Y_{t-1} + b_1 \psi_{t-1} \tag{2.7}$$

Kemudian dicari nilai mean dari WACA(1,1),

$$\mathrm{E}(\varepsilon_t) = \alpha\,\Gamma\left[1+\frac{1}{\beta}\right]$$

$$1 = \alpha\,\Gamma\left[1+\frac{1}{\beta}\right]$$

$$\frac{1}{\alpha} = \Gamma\left[1+\frac{1}{\beta}\right]$$

$$\alpha = \frac{1}{\Gamma\left[1+\frac{1}{\beta}\right]} \tag{2.8}$$

Sehingga $\varepsilon_t \sim Wei\left(\frac{1}{\Gamma\left[1+\left(\frac{1}{\beta}\right)\right]}, \beta\right)$

Fungsi Distribusi WACA(1,1)

$$\begin{aligned} F_{Y_t}(y_t) &= P(Y_t \le y_t) \\ &= P(\psi_t \cdot \varepsilon_t \le y_t) \\ &= P\left(\varepsilon_t \le \frac{y_t}{\psi_t}\right) \\ &= F_{\varepsilon_t}\left(\frac{y_t}{\psi_t}\right) \end{aligned}$$

$$F_{\varepsilon_t}\left(\frac{y_t}{\psi_t}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{y_t}{\psi_t}.\Gamma\left[1+\frac{1}{\beta}\right]\right)^{\beta} \tag{2.9}$$

Kemudian fungsi kumulatif tersebut diturunkan sehingga didapatkan fungsi peluangnya,

$$f_{Y_t}(y_t) = \frac{\partial F(y_t)}{\partial (y_t)}$$

$$f_{Y_t}(y_t) = \frac{\beta}{y_t}\left(\frac{y_t}{\psi_t}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta} exp\left(-\frac{y_t}{\psi_t}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta}$$

$$f_{Y_t}(y_t) = \frac{\beta}{y_t}\left(\frac{y_t}{\omega+a_1Y_{t-1}+b_1\psi_{t-1}}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta} exp\left(-\frac{y_t}{\omega+a_1Y_{t-1}+b_1\psi_{t-1}}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta} \tag{2.10}$$

2.5 Estimasi Parameter

Estimasi parameter digunakan untuk menentukan nilai parameter berdasarkan nilai statistik [11]. Untuk mengetahui nilai VaR perlu diketahui parameter dari model WACA(1,1). Dalam penaksiran parameter yang ada pada data model WACA(1,1) digunakan salah satu metode dari estimasi parameter yaitu *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

Dengan fungsi likelihoodnya yaitu,

$$L(\omega, a_1, b_1, \beta | y_t) = \prod_{t=2}^{n}\frac{\beta}{y_t}\left(\frac{y_t}{\omega + a_1Y_{t-1} + b_1\psi_{t-1}}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta} exp\left(-\frac{y_t}{\omega + a_1Y_{t-1} + b_1\psi_{t-1}}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta}$$

Fungsi log likelihood,

$$l(\omega, a_1, b_1, \beta | y_t) = \sum_{t=2}^{n}\left[\log\left(\frac{\beta}{y_t}\right) + \beta\log\left(\frac{y_t}{\omega + a_1Y_{t-1} + b_1\psi_{t-1}}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right) - \left(\frac{y_t}{\omega + a_1Y_{t-1} + b_1\psi_{t-1}}.\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^{\beta}\right]$$

Nilai log likelihood dimaksimalkan untuk mendapatkan nilai parameter yang optimal berdasarkan nilai perluang yang terbesar. Karena nilai peluang (f_x) merepresentasikan peluang kemunculan data observasi. Untuk menaksir parameter $\omega, a_1, b_1 dan\ \beta$ didapatkan dengan memaksimumkan fungsi log likelihood, dengan menghitung turunan pertama terhadap masing−masing parameter.

Turunan terhadap ω,

$$\frac{\partial\big(l(\mathrm{Y_t}|\Omega_{t-1},\theta)\big)}{\partial\omega}=0$$

Turunan terhadap a_1,

$$\frac{\partial\big(l(\mathrm{Y_t}|\Omega_{t-1},\theta)\big)}{\partial \mathrm{a}_1}=0$$

Turunan terhadapb_1,

$$\frac{\partial\big(l(\mathrm{Y_t}|\Omega_{t-1},\theta)\big)}{\partial \mathrm{b}_1}=0$$

Turunan terhadap β,

$$\frac{\partial\big(l(\mathrm{Y_t}|\Omega_{t-1},\theta)\big)}{\partial\beta}=0$$

2.6 Value-at-Risk

Besar klaim asuransi merupakan risiko bagi perusahaan asuransi. Jika klaim terus meningkat dapat menyebabkan kerugian bagi perusahaan tersebut. Maka dari itu *Value-at-Risk* (VaR) diperlukan dalam analisis risiko besar klaim asuransi. VaR adalah nilai risiko yang merangkum seluruh nilai maksimum dari observasi yang pernah terjadi pada tingkat kepercayaan tertentu [12].

2.6.1 VaR WACA(1,1)

VaR model WACA(1,1) adalah.

$$P\big(\mathrm{Y_t}<\mathrm{VaR}_t(\delta)\big)=\delta$$
$$P\big(\psi_t\cdot\varepsilon_t<\mathrm{VaR}_t(\delta)\big)=\delta$$
$$P\left(\varepsilon_t<\frac{\mathrm{VaR}_t(\delta)}{\psi_t}\right)=\delta$$
$$\mathrm{F}_{\varepsilon_t}\left(\frac{\mathrm{VaR}_t(\delta)}{\psi_t}\right)=\delta \qquad (2.11)$$

Perkalian 2.11 dengan invers fungsi distribusi menghasilkan VaR sebagai berikut:

$$\mathrm{VaR}_t(\delta)=\psi_t.\mathrm{F}_{\varepsilon_t}^{-1}(\delta) \qquad (2.12)$$

Keterangan:

$\mathrm{F}_{\varepsilon_t}^{-1}$: *Invers* fungsi distribusi Weibull

δ : Proporsi nilai observasi lebih kecil daripada VaR

2.6.2 *Correct* VaR

Correct VaR digunakan untuk uji keakuratan pada metode *Value-at-Risk* (VaR) terkait dengan perhitungan risiko dalam klaim asuransi. *Correct* VaR memiliki rumus seperti berikut.

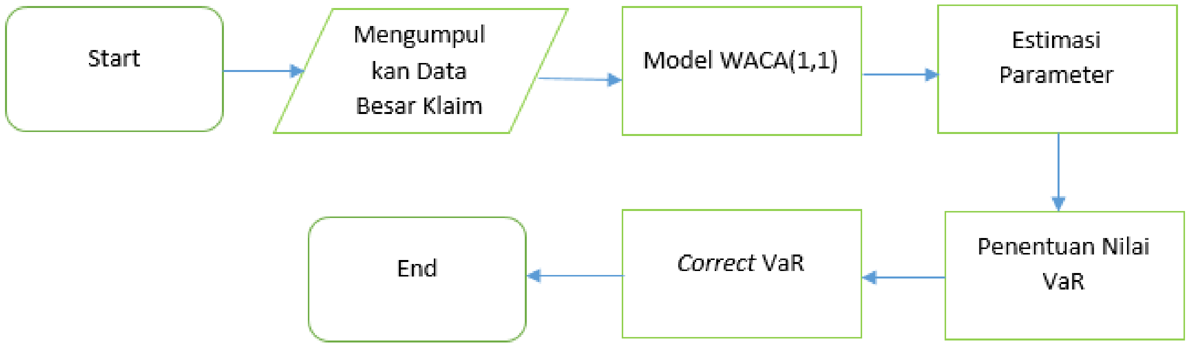
$$Correct\ VaR=\frac{K}{N}.100\% \qquad (2.13)$$

Keterangan:

K : Banyaknya data besar klaim asuransi yang tidak melebihi prediksi VaR

N : Banyaknya data besar klaim asuransi

3. Sistem yang Dibangun



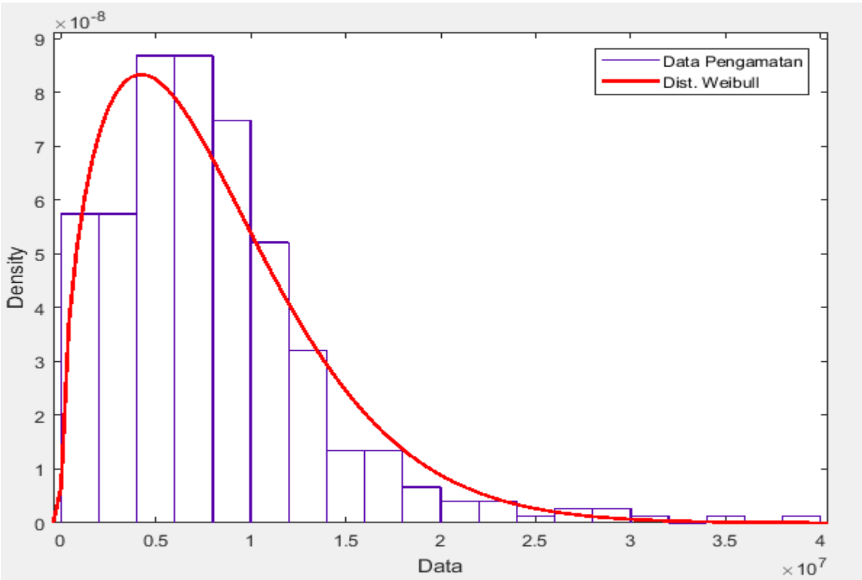
Gambar 3-1 Flowchart Sistem Kerja VaR Berbasis Model WACA

Berikut adalah alur rancangan sistem dalam Tugas Akhir:

1. Data Besar Klaim Asuransi
   Input data besar klaim asuransi penyakit Acute Bronchitis
2. Model WACA(1,1)
   Mengidentifikasi model WACA(1,1) dari data besar klaim asuransi berdasarkan formula (2.6) dan (2.7)
3. Estimasi Parameter
   Menentukan nilai parameter model WACA(1,1) dari data dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) berdasarkan formula (2.10)
4. *Value-at-Risk*
   Menentukan nilai VaR melibatkan WACA(1,1) dengan formula (2.12)
5. *Correct* VaR
   Menentukan akurasi nilai VaR dengan metode *Correct* VaR dengan menggunakan formula (2.13)
6. Hasil akhir
   Menganalisa perbandingan nilai VaR dengan menggunakan *Correct* VaR yang telah diperoleh untuk memprediksi nilai risiko pada periode berikutnya

4. Evaluasi

Analisis Hasil Pengujian



Gambar 4-1 Grafik Besar Klaim Asuransi dari Penyakit Acute Bronchitis

Dalam Tugas Akhir ini data yang digunakan adalah data besar klaim asuransi berdasarkan penyakit Acute Bronchitis. Waktu observasi data berdasarkan penyakit Acute Bronchitis dimulai dari tanggal 7 Desember 2013 sampai dengan 15 Desember 2014. Jumlah data histori harian yang tersedia pada data yang berdasarkan penyakit Acute Bronchitis adalah 374 data (sumbu X), yang terdiri dari *Date Claim* dan *Paid Claim* (sumbu Y). Definisi data berdistribusi Weibull berdasarkan *fit* histogram dengan distribusi Weibull.

4.1 Nilai Parameter Likelihood WACA(1,1)

Untuk menentukan nilai estimasi parameter menggunakan persamaan 2.7. Karena diperlukan nilai ω, a_1, b_1, dan β maka dalam memperoleh parameter tersebut digunakan fungsi maksimum likelihood sebagai penaksir parameternya. Dengan menggunakan persamaan log likelihood untuk mencari nilai parameter model WACA(1,1). Berikut adalah nilai parameter berdasarkan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

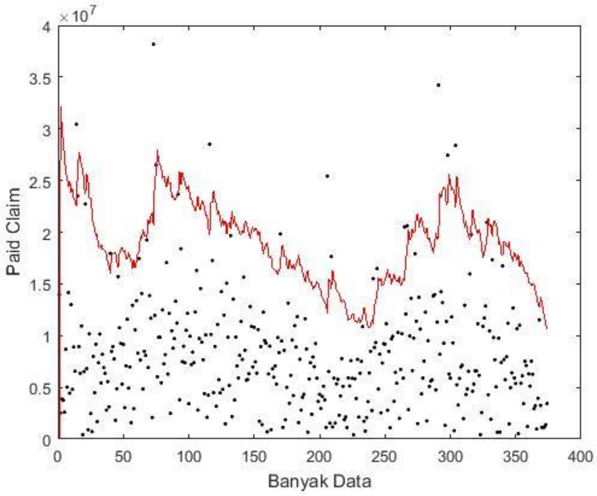
Tabel 4-1 Parameter Model WACA(1,1)

Parameter	Nilai Parameter
ω	0.3
a_1	0.0693

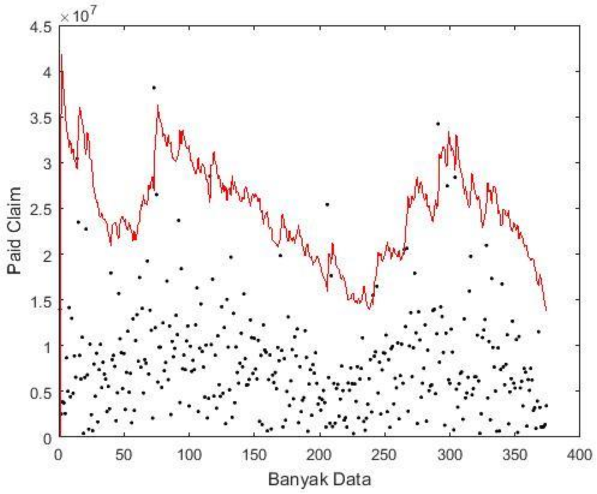
b_1	0.9293
β	1.51

4.2 VaR WACA(1,1)

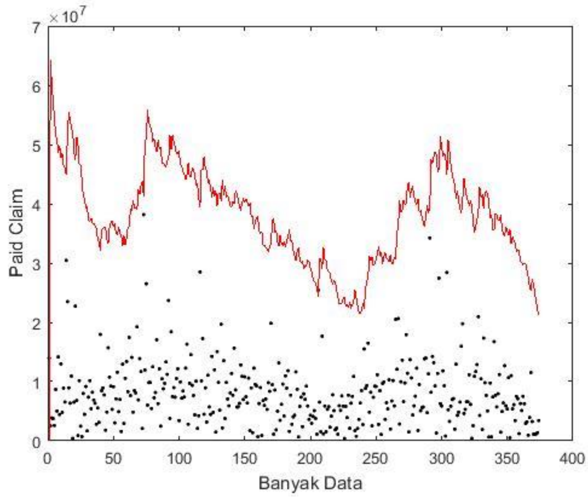
Hasil VaR WACA(1,1) dengan tiga jenis proporsi nilai observasi, yaitu proporsi nilai observasi 90%, proporsi nilai observasi 95%, dan proporsi nilai observasi 99% dapat dilihat melalui plot grafik disetiap proporsi nilai observasi sebagai berikut:



Gambar 4-2 Grafik VaR WACA(1,1) pada δ = 90%



Gambar 4-3 Grafik VaR WACA(1,1) pada δ = 95%



Gambar 4-4 Grafik VaR WACA(1,1) pada δ = 99%

Pada gambar 4-2 terlihat besar klaim asuransi (titik hitam) penyakit Acute Bronchitis, VaR WACA(1,1) (garis merah). Pada **δ** = 90% dapat mengantisipasi risiko cukup baik tetapi terlihat masih ada besar klaim yang tidak terantisipasi oleh VaR 90%. Kemudian pada gambar 4-3 pada **δ** = 95% dapat mengantisipasi risiko dengan baik tetapi masih ada besar klaim yang tidak terantisipasi oleh VaR 95%. Terakhir pada gambar 4-4 pada **δ** = 99% dapat mengantisipasi risiko dengan sangat baik karena pada gambar terlihat semua besar klaim dapat terantisipasi oleh VaR 99%. Semakin tinggi nilai proporsi nilai observasi lebih kecil daripada VaR maka VaR dapat mengantisipasi risiko lebih besar. Namun untuk akurasi VaR dapat dihitung dengan menggunakan *Correct* VaR, dengan mengukur selisih proporsi nilai observasi yang diberikan dengan proporsi nilai observasi yang dihasilkan berdasarkan data.

4.3 *Correct* VaR

Tabel 4-2 Correct VaR WACD(1,1)

Proporsi Nilai Observasi (δ)	*Correct* VaR ($\hat{\delta}$)	Selisih (δ) dan ($\hat{\delta}$)
90%	95.45%	5.45%
95%	97.86%	2.86%
99%	99.46%	0.46%

Sebagai ilustrasi implementasi *Correct* VaR, misalkan seseorang menghitung VaR dengan tingkat 90% maka orang berharap VaR yang diperoleh akan menghasilkan *Correct* VaR yang dekat dengan 90%. Sehingga jika terdapat 100 obseravasi data, maka akan ada 90 observasi data yang dapat diantisipasi oleh VaR. Oleh karena itu, berdasarkan tabel 4-2 akurasi VaR terbaik dengan mempertimbangkan *Correct* VaR adalah VaR dengan proporsi nilai observasi 99%. Karena selisih proporsi nilai observasi 99% yang diberikan dengan hasil *Correct* VaR adalah 0.46%.

5. Kesimpulan

Kesimpulan yang didapat dari hasil analisis dan pengujian:

1. Dengan menggunakan persamaan log likelihood didapatkan nilai parameter WACA(1,1) sesuai dengan syarat yang diberikan oleh araichi(2016), dimana ω, a_1, b_1 > 0 dan $a_1 + b_1 < 1$
2. Model WACA(1,1) dapat digunakan untuk mengantisipasi risiko dengan menggunakan VaR dan estimasi parameter MLE. Hasil akurasi menunjukan pada proporsi nilai observasi 99% akurat dalam mengantisipasi risiko besar klaim dimasa mendatang.

Daftar Pustaka

[1] Nitisusastro, Mulyadi. 2013. *Asuransi dan Usaha Perasuransian di Indonesia*. Bandung: Alfabeta.

[2] Djanggola, Achmad Muttaqin. 2010. "Pengukuran Risiko Operasional Pada Klaim Asuransi Kesehatan Dengan Metode Extreme Value Theory (Studi Kasus Pada PT. (XYZ)". Tesis. Magister Manajemen, Fakultas Ekonomi, Universitas Indonesia, Depok.

[3] Situngkir, Hokky. 2006. "Value-at-Risk yang Memperhatikan Sifat Statistika Distribusi Return". Makalah. Bandung FE Institute.

[4] Fitriyah, Qodiyatul. 2008. "Model *Autoregressive Conditional Amount* (ACA) dan Penerapannya". Skripsi. FMIPA, Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta.

[5] Araichi, Sawssen. 2016. Solvency Capital Requirement for a Temporal Dependent Losses in Insurance. Economic Modelling.

[6] Pramesti, Getut. 2011. Distribusi Rayleigh untuk Klaim Agregasi. Jurnal Media Statistika, Vol. 4 No.2 Desember.

[7] Andriani, Vivien. 2008. “Pelaksanaan Penyelesaian Klaim Asuransi Jiwa di Asuransi Jiwa Bersama BUMIPUTERA 1912 Cabang Semarang”. Tesis. Program Pasca Sarjana, Magister Kenotariatan, Universitas Diponogoro Semarang.

[8] Harinaldi. 2005. Prinsip-Prinsip Statistik Untuk Teknik dan Sains. Jakarta: Erlangga.

[9] Maidiyanti, Ayu. 2014. “Simulasi Ukuran Sampel dan Intensitas Sensor dengan Bahasa R dalam Mengkaji Sifat Ketidakbiasan Dugaan Kemungkinan Maksimum Parameter Distribusi Weibull Tersensor Kiri”. Skripsi. Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Lampung.

[10] Rafita S, Yeni. 2015. “Model Durasi Bersyarat Autoregressive dengan Distribusi Weibull”. Tesis. S2 Matematika, Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.

[11] Juliana, Hasibuan Citra. 2011. “Aplikasi Metode Maksimum Likelihood dalam Regresi Linier Berganda”. Skripsi. FMIPA, Universitas Sumatera Utara.

[12] Jorion, Philippe. 2007. Value-at-Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk. United States: The McGraw-Hill Companies, Inc.