Prediksi Value-at-Risk dengan Efek Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)

Cipta Rahmadayanti[1], Rian Febrian Umbara[2], Aniq Atiqi Rohmawati[3],

[1,2,3]Fakultas Informatika, Universitas Telkom, Bandung
[1]ciptard@student.telkomuniversity.ac.id, [2]rianum@telkomuniversity.ac.id,
[3]aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id,

Abstrak

Investor yang menginvestasikan dana pada saham mengharapkan nilai return yang tinggi dan risiko yang sekecil mungkin, namun setiap investasi yang dilakukan tidak dapat memprediksi dengan mudah seberapa besar nilai risiko yang akan didapat. Untuk mendapatkan nilai risiko dari suatu saham dapat menggunakan metode *Value-at-Risk* (VaR). Penentuan nilai VaR ini dapat menggunakan *time series*, oleh karena itu pada Tugas Akhir ini digunakan model *Autoregressive* (AR) dan *Generealized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) untuk menentukan nilai VaR pada dua indeks saham yang berdistribusi normal. Setiap data saham memiliki perbedaan volatilitas atau pergerakan harga saham, maka sebelum membahas model *time series* dan perhitungan VaR, data indeks saham dilakukan pengujian dengan uji efek ARCH. Agar mendapatkan hasil yang relevan maka dilakukan perhitungan akurasi kedua model *time series* tersebut menggunakan VaR *violation* dan dibandingkan untuk mendapatkan model *time series* yang baik. Berdasarkan hasil analisis, model *time series* yang baik digunakan untuk memprediksi VaR pada saham NASDAQ adalah model GARCH(1,1) dengan jumlahan tingkat error sebesar 26, dan untuk saham NYSE model *time series* yang baik untuk memprediksi VaR adalah model AR(1) dengan jumlahan tingkat error sebesar 30.

Kata kunci : VaR, AR, GARCH, Uji efek ARCH, VaR *violation*.

Abstract

Investors who invest funds in stock expect a high return value and the lowest risk possible, but every investments can not predict the value risk with easily. To obtain the risk value of a stock can use Value-at-Risk (VaR) method. The determination of the VaR can use time series model, therefore in this final project used Autoregressive (AR) and Generealized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) to determine VaR on two stock indexes which have normal distribution. Each stock data has different volatility or movement of stock price, then before discuss about time series model and VaR calculation, stock index data is tested by ARCH effect test. In order to obtain a relevant results, both time series model are calculated the accuracy using VaR violation and compared to get a good time series model. Based on the result of the analysis, time series model which is GARCH(1,1) of normal distributuon have better result with the total error rate of 26 to predict VaR for stock index NASDAQ, and for stock index NYSE a good time series model to predict VaR is AR(1) with the total error rate of 30.

Keywords: VaR, AR, GARCH, ARCH effect test, VaR *violation*

1. Pendahuluan

Latar Belakang

Dalam bidang ekonomi dan keuangan, risiko merupakan suatu hal yang tidak diharapkan. Pada umumnya risiko mengakibatkan kerugian terhadap sesuatu. Pada investasi saham yang dilakukan, tentunya investor tidak mengharapkan terjadinya risiko, namun tidaklah mungkin dalam bidang ekonomi seperti ini tidak menimbulkan risiko sama sekali. Salah satu hal yang bisa dilakukan oleh investor adalah meminimumkan risiko.

Dewasa ini, *Value-at-Risk* (VaR) merupakan metode yang digunakan untuk memprediksi nilai kerugian terburuk atau risiko yang mungkin terjadi bagi seorang investor atau badan usaha atas investasinya dalam aset-aset atau sekuritas baik secara satu per-satu atau dalam portofolio pada waktu tertentu dan pada tingkat peluang yang ditentukan [7]. Penentuan nilai VaR ini dapat menggunakan beberapa model *time series* sebagai contoh yaitu pada jurnal [8] telah dilakukan analisis VaR pada indeks saham taiwan berjangkan menggunakan model *time series* APARCH yang berdistribusi normal.

Penelitian ini dilakukan untuk memprediksi VaR dengan uji efek ARCH. Penelitian tentang uji efek ARCH telah dilakukan pada jurnal [10] yang membahas Estimasi VaR Dinamis menggunakan Metode *Block Maxima* dan uji efek ARCH. Uji efek ARCH adalah salah satu metode yang digunakan untuk mengetahui kondisi heteroskedastisitas pada data [4]. Kondisi heteroskedastisitas adalah kondisi dimana pergerakan data yang tidak homogen. Setelah dilakukan pengujian efek ARCH maka dilakukan prediksi risiko return saham mengunakan model *time series* yaitu *Autoregressive* (AR) dan *Generealized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH).

Topik dan Batasannya

Pada Tugas Akhir ini, untuk mecapai tujuan memprediksi *Value-at-Risk* (VaR) dengan efek ARCH, maka perlu di rumuskan masalah apa yang akan dibahas:

- Bagaimana implementasi uji efek ARCH terhadap data return saham NASDAQ dan NYSE?
- Bagaimana hasil estimasi parameter model AR dan GARCH?
- Bagaimana akurasi nilai VaR dengan melibatkan model AR dan GARCH?

Untuk memenuhi rumusan masalah yang telah ada, diperlukan penyederhanaan permasalahan sehingga membuat penelitian semakin jelas. Batasan masalah yang digunakan pada Tugas Akhir ini adalah:

- Pada Tugas Akhir ini menggunakan model AR(1) dan GARCH(1,1)
- Periode data yang digunakan adalah data indeks harga saham NASDAQ dan NYSE 6 Oktober 2013 - 6 Oktober 2017.
- Model AR dan GARCH berdistribusi normal.

Tujuan

Tujuan yang akan dicapai pada Tugas Akhir ini atau pertanyaan dari rumusan masalah yang akan dijawab dengan melakukan penelitian ini yaitu:

- Dapat mengetahui bagaimana implementasi uji efek ARCH terhadap data indeks harga saham NASDAQ dan NYSE.
- Dapat mengetahui estimasi parameter model AR dan GARCH.
- Dapat mengetahui akurasi nilai VaR dengan melibatkan model AR dan GARCH.

Organisasi Tulisan

Pada bagian selanjutnya akan dibahas Studi Terkait, yaitu penjelasan tentang metode yang digunakan pada Tugas Akhir ini, dari pengujian efek ARCH, estimasi parameter masing-masing model *time series*, prediksi *Value-at-Risk* (VaR) berdasarkan model *time series*, penentuan model yang baik untuk memprediksi VaR pada masing-masing saham. Selanjutnya dilakukan pembangunan sistem atau proses dari prediksi VaR dengan efek ARCH, penjabaran hasil dan analisis lalu yang terakhir adalah kesimpulan dari keseluruhan proses yang telah dilakukan.

2. Studi Terkait

2.1 Uji Efek ARCH

Uji efek ARCH adalah salah satu metode yang digunakan untuk mengetahui kondisi heteroskedastisitas pada data. Kondisi heteroskedastisitas adalah kondisi dimana pergerakan data yang tidak homogen. Uji efek ARCH sendiri dilakukan untuk mengetahui apakah data dapat dimodelkan dengan model *time series* Heteroskedastis atau tidak. Brooks (2008) [4] mendefinisikan uji efek ARCH dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- Definisikan model deret waktu.

$$L_t = y_t - \bar{y}_t$$

- Tentukan bentuk regresi linear mengikuti model ARCH (m).

$$L_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 L_{t-1}^2 + \alpha_2 L_{t-2}^2 + ... + \alpha_m L_{t-m}^2 + \varepsilon_t$$

- Tentukan hipotesis nol dan hipotesis tandingannya.

$$H_0 : \alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_m = 0$$
$$H_1 : \alpha_i \neq 0, i = 1, 2, .., m$$

- Menentukan tingkat signifikansi yang akan digunakan.

- Menghitung statistik uji F.
Misalkan $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, definisikan Jumlah Kuadrat Residu (JKR) sebagai berikut:

$$JKR_0 = \sum_{t=m+1}^{T} (L_t^2 - \bar{L}_t)^2$$

$$JKR_1 = \sum_{t=m+1}^{T} \hat{\varepsilon}_t^2$$

dengan $\bar{L}_t$ merupakan rataan dari sampel L_t , $\hat{\varepsilon}_t$ adalah penaksir kuadrat terkecil, dan m adalah derajat kebebasan. Distribusi JKR_1 diperoleh dengan cara yang sama, sehingga $JKR_1 \sim \chi^2_{T-(m+1)}$. Distribusi F dapat diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{|JKR_0 - JKR_1|/m}{JKR_1/(T-m-1)} \sim F_{m,T-m-1}, \tag{1}$$

berdasarkan hasil tersebut, H_0 ditolak jika $F > \chi^2_m(\alpha)$, dengan $F > \chi^2_m(\alpha)$ adalah batas atas dari (1-α).

2.2 Prediksi VaR: model AR (1) dan GARCH (1,1)

Model AR (1): Fungsi likelihood

Identifikasi model *time series* yang baik untuk sebuah data dapat menggunakan plot *Sample Autocorrelation Function* (ACF) dan *Sample Partial Autocorrelation Function* (PACF) [5]. Penentuan bahwa suatu data dapat dimodelkan dengan AR, MA, ARMA dapat dilihat berdasarkan pola ACF dan PACF.

Tabel 1. Identifikasi Model Time Series berdasarkan ACF dan PACF

Model	ACF	PACF
AR (p)	Dies down	Cut off setelah lag p
MA (q)	Cut off setelah lag q	Dies down
ARMA(p,q)	Cut off setelah lag q	Cut off setelah lag p

Model *Autoregressive* adalah dimana nilai variabel saat ini, yaitu Y_t bergantung hanya pada nilai variabel sebelumnya Y_{t-1} ditambah error. Model *Autoregressive* memiliki orde p dan dilambangkan dengan AR (p) [4]. Untuk AR (1) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2_\varepsilon)$$

dengan σ^2_ε adalah variansi galat pada saat t, karena ε_t berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2_ε, maka Y_t berdistribusi normal dengan parameter mean dan variansi yang belum diketahui. Untuk mencari nilai estimasi parameter yang membutuhkan nilai α_0, α_1, dan σ^2_ε menggunakan persamaan (2) perlu memperhitungkan ekspektasi bersyarat dan variansi bersyarat terhadap Y_{t-1},

- Ekspektasi Bersyarat

$$\begin{aligned} E(Y_t|Y_{t-1}) =& E(\alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t|Y_{t-1}) \\ =& \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} \end{aligned}$$

- Variansi Bersyarat

$$\begin{aligned} Var(Y_t|Y_{t-1}) =& Var(\alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t|Y_{t-1}) \\ =& \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

Ekspektasi dan variansi bersyarat telah didapatkan, maka untuk *Maximum Likelihood Estimation* dapat dihitung berdasarkan fungsi kepadatan peluang distribusi normal dengan ekspektasi dan variansi, masing-masing adalah ekspektasi bersyarat dan variansi bersyarat,

$$f_{Y_t}(Y_t|Y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi.\sigma_t^2}} exp\left(-\frac{1}{2}.\frac{(Y_t-\mu)^2}{\sigma_t^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi.\sigma_\varepsilon^2}} exp\left(-\frac{1}{2}.\frac{(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right)$$

untuk memperoleh nilai penaksir parameter α_0, α_1, α_2, dan σ_ε^2 dengan menggunakan fungsi likelihood adalah,

$$L(\alpha_0, \alpha_1|(Y_t|Y_{t-1}) = \prod_{t=2}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi.\sigma_\varepsilon^2}} exp\left(-\frac{1}{2}.\frac{(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right)$$

$$l(\delta) = log(L(\alpha_0, \alpha_1|(Y_t|Y_{t-1})$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(log(2\pi) + log(\sigma_\varepsilon^2) + \frac{(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right) \tag{3}$$

turunan pertama fungsi log likelihood terhadap α_0 yaitu:

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_0} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})}{\sigma_\varepsilon^2} = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t-\alpha_1 Y_{t-1})}{n} \tag{4}$$

turunan terhadap α_1 yaitu:

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_1} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1})(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})}{\sigma_\varepsilon^2} = 0$$

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1})(Y_t) - \alpha_0 \sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1}^2)} \tag{5}$$

turunan terhadap σ_ε^2 yaitu:

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma_\varepsilon^2} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} - \frac{(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})^2}{(\sigma_\varepsilon^2)^2}\right) = 0$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t-\alpha_0-\alpha_1 Y_{t-1})^2}{n} \tag{6}$$

Model GARCH (1,1): Fungsi likelihood

Model *Generealized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) dikembangkan oleh Bollerslov (1986) dan Taylor (1986) [3]. Pemodelan GARCH merupakan hasil pengembangan dari model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* yang dikemukakan oleh Engle (1982). Model GARCH(1,1) adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \sigma_t.\varepsilon_t \tag{7}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \tag{8}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

dengan σ_t^2 adalah variansi bersyarat yang dihitung berdasarkan informasi variansi periode sebelumnya. Untuk mencari nilai estimasi parameter yang membutuhkan α_0, α_1, dan β_1 menggunakan persamaan (8) perlu memperhitungkan ekspektasi bersyarat dan variansi bersyarat terhadap Y_{t-1} dan σ_t,

- Ekspektasi Bersyarat

$$\begin{aligned} E(Y_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) =& E(\sigma_t.\varepsilon_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) \\ =& E(\sqrt{\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2}|Y_{t-1},\sigma_{t-1}).E(\varepsilon_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) \\ =& 0 \end{aligned}$$

- Variansi Bersyarat

$$\begin{aligned} Var(Y_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) =& E(Y_t^2|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) - [E(Y_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1})]^2 \\ =& E(\sigma_t^2|Y_{t-1},\sigma_{t-1}).E(\varepsilon_t^2|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) - [E(\sigma_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1})]^2.[E(\varepsilon_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1})]^2 \\ =& \sigma_t^2 \end{aligned}$$

Ekspektasi dan variansi bersyarat telah didapatkan, maka untuk *Maximum Likelihood Estimation* dapat dihitung berdasarkan fungsi kepadatan peluang distribusi normal dengan ekspektasi dan variansi bersyarat, masing-masing adalah ekspektasi bersyarat dan variansi bersyarat,

$$f_{Y_t}(Y_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi.\sigma_t^2}} exp\left(-\frac{1}{2}.\frac{(Y_t-\mu)^2}{\sigma_t^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi.(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)}} exp\left(-\frac{1}{2}.\frac{(Y_t)^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)}\right)$$

untuk memperoleh nilai penaksir parameter α_0, α_1, dan β_1 dengan menggunakan fungsi likelihood adalah

$$L(\alpha_0,\alpha_1,\beta_1|(Y_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1}) = \prod_{t=2}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi.(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)}} exp\left(-\frac{1}{2}.\frac{(Y_t)^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)}\right)$$

$$l(\delta) = log(L(\alpha_0,\alpha_1,\beta_1|(Y_t|Y_{t-1},\sigma_{t-1})$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(log(2\pi)+log(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)+\frac{Y_t^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)}\right) \tag{9}$$

turunan pertama fungsi log likelihood terhadap α_0 yaitu:

$$\frac{\partial l}{\partial\alpha_0} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{1}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)} - \frac{Y_t^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)^2}\right)$$

$$\frac{\partial l}{\partial\alpha_0} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)-Y_t^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)^2}\right) = 0 \tag{10}$$

turunan terhadap α_1 yaitu:

$$\frac{\partial l}{\partial\alpha_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}^2\left(\frac{1}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)} - \frac{Y_t^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)^2}\right)$$

$$\frac{\partial l}{\partial\alpha_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{(\alpha_0 Y_{t-1}^2+\alpha_1 Y_{t-1}^4+\beta_1 Y_{t-1}^2\sigma_{t-1}^2)-Y_t^2(Y_{t-1}^2)}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)^2}\right) = 0 \tag{11}$$

turunan terhadap β_1 yaitu:

$$\frac{\partial l}{\partial\beta_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\sigma_{t-1}^2\left(\frac{1}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)} - \frac{Y_t^2}{(\alpha_0+\alpha_1 Y_{t-1}^2+\beta_1\sigma_{t-1}^2)^2}\right)$$

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\left(\frac{(\alpha_0\sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 Y_{t-1}^2\sigma_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^4) - Y_t^2(\sigma_{t-1}^2)}{(\alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2)^2}\right) = 0 \tag{12}$$

Untuk estimasi parameter model GARCH(1,1) perlu dilakukan perhitungan volatilitas, perhitungan volatilitas menggunakan data historis dari return saham pada interval waktu tertentu [1], berikut adalah taksiran volatilitas awal yang digunakan:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{(n-1)}.\sum_{t=1}^{n} R_t^2 \tag{13}$$

Tabel 2. Keterangan variabel model AR dan GARCH

Simbol	Keterangan
Y_t	Nilai prediksi data return pada waktu t
ε_t	Nilai error pada waktu t
σ_t^2	Variansi pada saat waktu t
$\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$	Nilai koefisien dan parameter untuk model GARCH yaitu α_0 >0, $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$
α_0, α_1	Nilai koefisien dan parameter untuk model AR yaitu (-1 <α_1 <1), (|α_1| <1)
N(0,σ_ε^2)	Distribusi normal standar dengan nilai mean 0 dan variansi σ_ε^2
N(0,1)	Distribusi normal standar dengan nilai mean 0 dan variansi 1
R_t	Return saham pada saat t

Value-at-Risk (VaR)

Menurut referensi [7] VaR didefinisikan sebagai sebuah konsep untuk mengukur risiko, risiko dapat secara luas didefinisikan sebagai tingkat ketidakpastian tentang pengembalian bersih masa depan [9]. Secara sederhana VaR digunakan untuk mengetahui seberapa besar (dalam persen atau jumlah uang tertentu) investor dapat merugi dalam waktu (t) untuk suatu probabilitas tertentu yang didefinisikan sebagai tingkat pelanggaran (δ) [2]. Dari pernyataan sebelumnya, dapat dilihat keterhubungan tiga variabel penting yaitu besar kerugian (VaR), selang waktu (t), dan besar tingkat pelanggaran atau proporsi nilai observasi tidak melibihi nilai VaR (δ) [11]. Misal Y_t adalah peubah acak *return* yang mempunyai fungsi distribusi F(y), maka VaR dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$P(Y_t \leq VaR_\delta) = \delta \tag{14}$$

Jika Y adalah data return dengan model AR (1) maka dapat diketahui VaR nya sebagai berikut:

$$P(\alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \leq VaR) = \delta$$

$$P(\varepsilon_t \leq VaR - \alpha_0 - \alpha_1 Y_{t-1}) = \delta$$

$$F(VaR - \alpha_0 - \alpha_1 Y_{t-1}) = \delta$$

$$VaR(t) = F_{\varepsilon_t}^{-1}(\delta) + \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} \tag{15}$$

Jika Y adalah data return dengan model GARCH (1,1) maka dapat diketahui VaR nya sebagai berikut:

$$P(\sigma_t.\varepsilon_t \leq VaR) = \delta$$

$$P(\varepsilon_t \leq \tfrac{VaR}{\sigma_t}) = \delta$$

$$F(\tfrac{VaR}{\sigma_t}) = \delta$$

$$VaR(t) = \sigma_t.F_{\varepsilon_t}^{-1}(\delta) \tag{16}$$

VaR *Violation*

VaR *violation* yang ditemukan oleh J Danielsson [6] merupakan sebuah metode yang digunakan untuk mengukur akurasi dari nilai VaR dengan melihat banyaknya data yang melampaui harapan risiko sesuai tingkat pelanggaran. Persamaan VaR *violation* adalah sebagai berikut:

$$\eta_t = \begin{cases} 1, & Y_t \leq VaR_t, \\ 0, & Y_t > VaR_t, \end{cases} \tag{17}$$

dimana VaR_t adalah prediksi VaR saat t dan Y_t merupakan return dari data. Sedangkan η_t adalah VaR *violation*. Proporsi dari VaR *violation* adalah:

$$\frac{\sum \eta_t}{n} = \delta \tag{18}$$

dengan n adalah jumlah data, $\sum \eta_t$ adalah jumlah pelanggaran yang terjadi pada data, dan δ adalah tingkat pelanggaran.

Tingkat *Error*

Tingkat error adalah perbedaan mutlak antara nilai harapan pelanggaran dan nilai pelanggaran hasil pengamatan [7]. Tingkat error dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$TE = |V_e - V_m| \tag{19}$$

dengan V_e adalah *expected violation* berdasarkan α dan V_m adalah *expected violation* dari model time series yang digunakan.

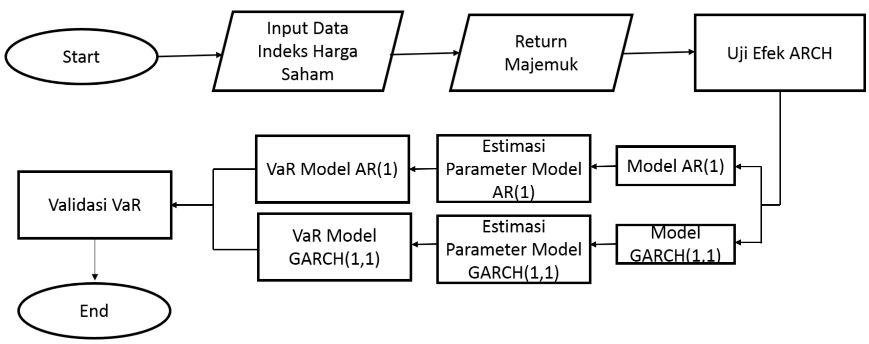
3. Sistem yang Dibangun

3.1 Deskripsi Sistem

Deskripsi sistem pada proposal Tugas Akhir ini yaitu melakukan simulasi untuk penentuan Value-at-Risk dua indeks harga saham NASDAQ dan NYSE. Data indeks harga saham tersebut diolah untuk mengetahui grafik harga dan grafik return kemudian simulasi model yang akan dipakai untuk memperoleh nilai *Value-at-Risk*.

3.2 Flowchart Sistem

1. Input data indeks harga saham NASDAQ dan NYSE yang diurutkan berdasarkan tanggal,
2. Menentukan nilai *return* dari indeks harga saham,
3. Menguji model menggunakan uji efek ARCH,
4. Menerapkan model AR(1) dan model GARCH(1,1) dengan formula (2) dan (7),
5. Menentukan parameter model AR(1) dan model GARCH(1,1) dengan formula (3) dan (9),
6. Menghitung nilai VaR berdasarkan model AR(1) dan model GARCH(1,1) dengan formula (15) dan (16),
7. Menghitung nilai akurasi dari VaR dengan melibatkan model AR(1) dan model GARCH(1,1) untuk menentukan model time series terbaik, dengan formula (19).



Gambar 1. *Flowchart* sistem

4. Hasil dan Analisis

Uji Efek ARCH: Data Riil

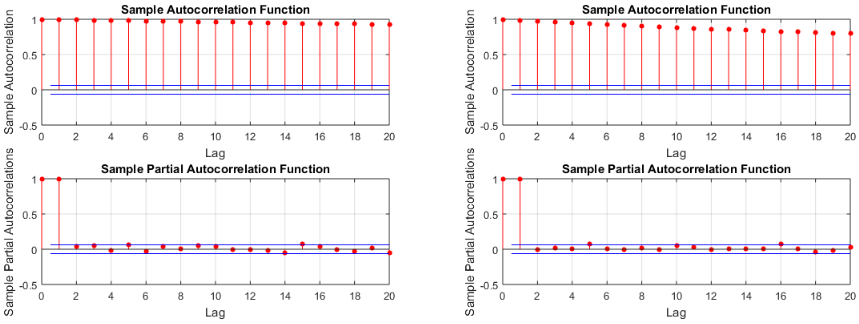
Pengujian efek ARCH pada saham NASDAQ dan NYSE telah dilakukan dan mendapatkan hasil pada tabel 3 yang berisi perhitungan menggunakan Statistik Uji F dengan nilai tingkat signifikansi α = 0,01 dan derajat kebebasan m = 20. Berdasarkan hasil yang didapat maka dapat dianalisis uji efek ARCH dengan menggunakan perhitungan statistik uji F, pada saham NASDAQ dan NYSE mengandung efek ARCH sehingga kedua data saham dapat di prediksi nilai VaR dengan menggunakan model *time series* Heteroskedastis.

Tabel 3. Uji Efek ARCH saham NASDAQ dan NYSE

Indeks Saham	NASDAQ	NYSE
Perhitungan Uji Statistik F	F = 49,24999662	F = 49,24999914
	$\chi^2_m(\alpha)$ = 37,57	$\chi^2_m(\alpha)$ = 37,57
	* H_0 ditolak jika nilai F > $\chi^2_m(\alpha)$	

Model AR (1): Data Riil

Penentuan orde model *Autoregressive* untuk saham NASDAQ dan NYSE dapat dilihat pada gambar 2 menunjukkan bahwa keduanya terjadi *cut off* setelah lag ke-1 untuk hasil plot PACF. Sedangkan, untuk hasil ACF tidak terjadi *cut off* atau disebut *dies down* karna pada plot ACF pada lag ke 1 sampai lag ke 20 masih mempunyai nilai. Berdasarkan tabel 1 jika dibandingkan plot ACF dan PACF yang dihasilkan, maka model menjuru pada AR orde 1.



(a) (b)

Gambar 2. (a) Plot ACF dan PACF NASDAQ. (b) Plot ACF dan PACF NYSE.

Penaksir parameter telah didapatkan pada persamaan (4), (5), (6), maka selanjutnya dilakukan inisiasi nilai α_0 untuk mendapat nilai α_1 dan σ^2_ε. Inisiasi ini dilakukan karena dalam penaksir parameter mengandung parameter lain yang harus diketahui terlebih dahulu. Inisiasi nilai α_0 yang digunakan dari -0,5 sampai 0,49 dengan $\Delta_x = 0,01$. Setiap parameter diuji bagaimana kombinasi nilai parameter yang dapat membuat nilai likelihood maksimum. Dari metode Maksimum Likelihood maka didapatkan nilai parameter α_0, α_1, dan σ^2_ε. Berikut nilai parameter yang diperoleh:

Tabel 4. Nilai parameter AR(1)

Indeks Saham	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\sigma}^2_\varepsilon$
NASDAQ	-0,036014	0,00013969
NYSE	-0,00077502	0,000060561

Setelah mendapatkan nilai parameter, yang telah memenuhi syarat estimasi parameter pada tabel 2, kemudian masukkan nilai parameter kedalam persamaan model AR (1):

$$Y_t = -0.036014(Y_{t-1}) + \varepsilon_t \text{ (Untuk Saham NASDAQ)}$$

$$Y_t = -0.00077502(Y_{t-1}) + \varepsilon_t \text{ (Untuk Saham NYSE)}$$

Model GARCH (1,1): Data Riil

Penaksir parameter yang telah didapat pada persamaan (10), (11), (12), tidak dapat dilakukan penyelesaian secara sederhana, oleh karena itu digunakan fungsi *fminsearch* sehingga didapat nilai estimasi parameter yang dibutuhkan model GARCH(1,1). Dari metode Maksimum Likelihood maka didapatkan nilai parameter α_0, α_1, dan β_1. Berikut parameter yang diperoleh:

Tabel 5. Nilai parameter GARCH(1,1)

Indeks Saham	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\beta}_1$
NASDAQ	0,00011	0,16677	0,03179
NYSE	0,00003	0,26145	0,20523

Setelah mendapatkan nilai parameter, yang telah memenuhi syarat estimasi parameter pada tabel 2, kemudian masukkan nilai parameter kedalam persamaan model GARCH (1,1):

$$Y_t = \sigma_t.\varepsilon_t$$

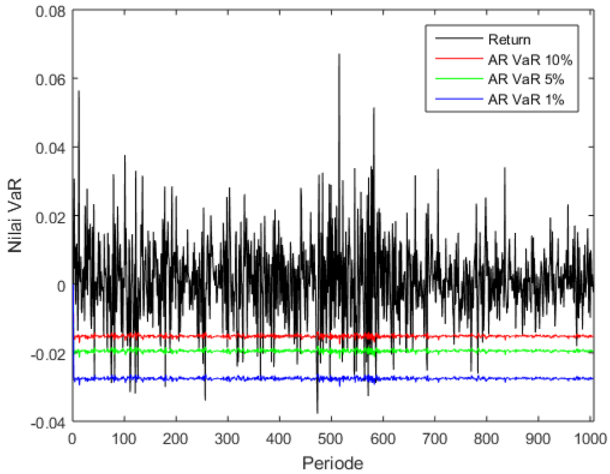
$$\sigma_t^2 = 0.00011 + 0.16677(Y_{t-1}^2) + 0.03179(\sigma_{t-1}^2) \text{ (Untuk Saham NASDAQ)}$$

$$\sigma_t^2 = 0.00003 + 0.26145(Y_{t-1}^2) + 0.20523(\sigma_{t-1}^2) \text{ (Untuk Saham NYSE)}$$

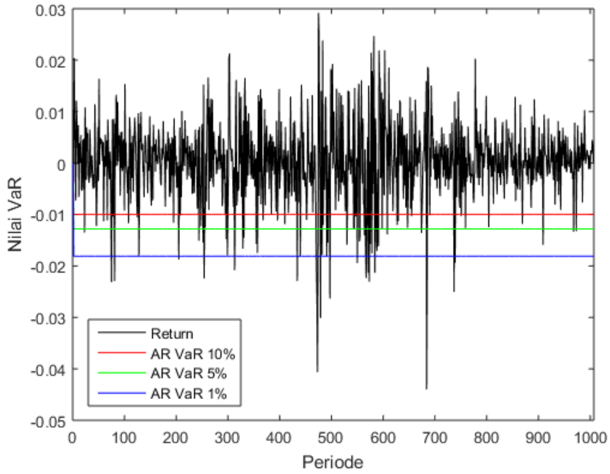
VaR: Data Riil

Estimasi nilai parameter dari model AR(1) dan GARCH(1,1) telah dilakukan pada bagian sebelumnya maka selanjutnya akan dilakukan pencarian nilai VaR dengan tingkat kesalahan yang telah ditentukan. Mencari nilai *Value-at-Risk* dengan menggunakan tingkat kesalahan 10%, 5%, 1%. Berikut adalah plot VaR dari beberapa model *time series* GARCH(1,1), AR(1) terhadap *return* saham:

1. VaR model AR(1) distribusi normal



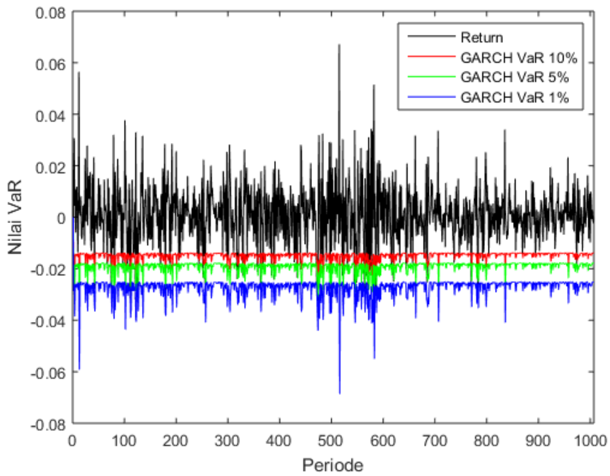
Gambar 3. Grafik VaR 10%, 5%, 1% AR(1) NASDAQ.



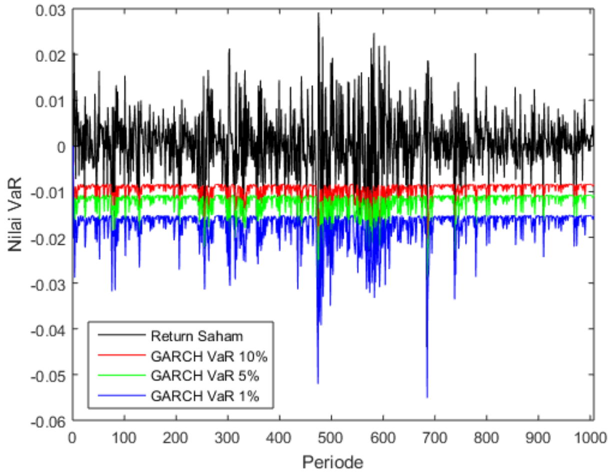
Gambar 4. Grafik VaR 10%, 5%, 1% AR(1) NYSE.

Menurut gambar 3 dan gambar 4 dapat dilihat bahwa VaR 1% model AR(1) dapat mengantisipasi risiko lebih baik dibandingkan dengan VaR 5% model AR(1) dan VaR 10% model AR(1) pada nilai *return* saham NASDAQ dan NYSE sebanyak 1007 data. Berdasarkan hal tersebut, VaR erat kaitannya dengan tingkat pelanggaran (δ), semakin kecil nilai δ diberikan maka semakin besar *return* negatif (kerugian) yang akan diantisipasi oleh VaR. Informasi ini dapat digunakan perusahaan untuk mempersiapkan cadangan dana pada periode selanjutnya. Grafik VaR AR(1) saham NYSE cenderung konstan dibandingkan grafik VaR AR(1) saham NASDAQ. Saham NYSE memiliki beberapa nilai *return* negatif maka akan semakin sedikit *return* yang dapat di jangkau oleh grafik VaR yang konstan.

2. VaR model GARCH(1,1) distribusi normal



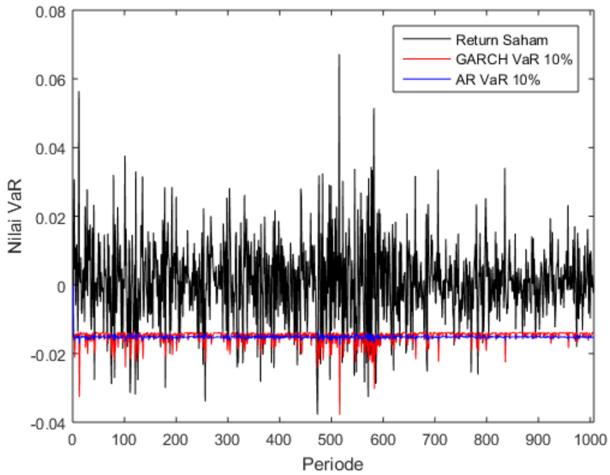
Gambar 5. Grafik VaR 10%, 5%, 1% GARCH(1,1) NASDAQ.



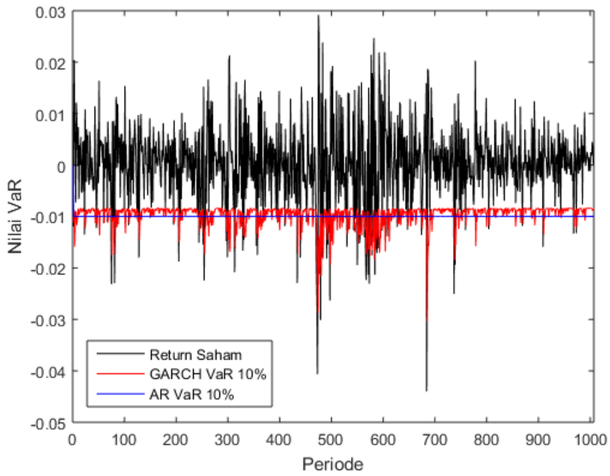
Gambar 6. Grafik VaR 10%, 5%, 1% GARCH(1,1) NYSE.

Menurut gambar 5 dan gambar 6 dapat dilihat bahwa VaR 1% model GARCH(1,1) dapat mengantisipasi risiko lebih baik dibandingkan dengan VaR 5% model GARCH(1,1) dan VaR 10% model GARCH(1,1) pada nilai *return* saham NASDAQ dan NYSE sebanyak 1007 data. Berdasarkan hal tersebut, VaR erat kaitannya dengan tingkat pelanggaran (δ), semakin kecil nilai δ diberikan maka semakin besar *return* negatif (kerugian) yang akan diantisipasi oleh VaR. Pada grafik VaR GARCH(1,1) saham NASDAQ dan NYSE memiliki grafik yang berfluktuasi yang dapat memungkinkan jangkauan VaR lebih banyak.

3. Grafik VaR 10% gabungan model GARCH(1,1) dan AR(1)



Gambar 7. Grafik VaR 10% GARCH(1,1) dan AR(1) NASDAQ.



Gambar 8. Grafik VaR 10% GARCH(1,1) dan AR(1) NYSE.

Menurut gambar 7 dan gambar 8 dapat dilihat bahwa grafik VaR 10% model AR(1) dapat mengantisipasi risiko lebih baik karena nilai VaR nya adalah lebih negatif dari nilai VaR model GARCH(1,1), namun berdasarkan *VaR Violation* atau nilai pelanggaran hasil observasi yang dapat dilihat pada tabel 6 model GARCH(1,1) lebih optimal untuk memprediksi VaR dengan memiliki nilai pelanggaran yang mendekati nilai pelanggaran yang diharapkan sesuai probabilitas yang digunakan adalah 10%.

VaR *violation* dan *Mean Error*: Data Riil

Pemilihan model yang baik ditentukan melalui akurasi VaR atau yang disebut VaR *violation* masing-masing model yang telah diuji. Perhitungan VaR *violation* dengan tingkat pelanggaran masing-masing yaitu 10%, 5%, 1% menghasilkan nilai VaR *violation* dan tingkat error VaR *violation*. Dapat dilihat hasil berikut:

Tabel 6. Nilai VaR *violation* dan *Mean Error*

Jumlah Periode	1007			
δ	10%	5%	1%	$\sum TE$
Expected number of violations	101	50	10	
AR(1) Saham NASDAQ	74	46	13	34
GARCH(1,1) Saham NASDAQ	81	45	11	**26**
AR(1) Saham NYSE	83	50	22	**30**
GARCH(1,1) Saham NYSE	88	57	24	34

Berdasarkan tabel 6 dapat dilihat dari dua model *time series* tersebut, pada saham NASDAQ jumlahan tingkat error model AR(1) sebesar 34, sedangkan jumlahan tingkat error untuk model GARCH(1,1) sebesar 26. Hal ini berarti bahwa VaR model GARCH(1,1) dapat memprediksi risiko kerugian lebih baik pada saham NASDAQ dengan memiliki jumlahan tingkat error yang lebih kecil.

Pada saham NYSE jumlahan tingkat error model AR(1) sebesar 30, sedangkan jumlahan tingkat error untuk model GARCH(1,1) sebesar 34. Hal ini berarti bahwa VaR model AR(1) dapat memprediksi risiko kerugian lebih baik pada saham NYSE dengan jumlahan tingkat error yang lebih kecil.

5. Kesimpulan

Pada prediksi yang telah dilakukan, model *time series* yang baik digunakan untuk memprediksi VaR pada saham NASDAQ adalah GARCH(1,1) dengan jumlahan tingkat error sebesar 26 dan pada saham NYSE adalah AR(1) dengan jumlahan tingkat error sebesar 30. Pada saham NASDAQ hal ini bersesuaian dengan kesimpulan uji efek ARCH yang telah dilakukan bahwa data saham dapat dimodelkan dengan model *time series* Heteroskedastis yang dalam penelitian ini digunakan model GARCH(1,1). Sedangkan pada saham NYSE, berdasarkan uji Efek ARCH yang telah dilakukan, masih ada peluang sebesar 1% bahwa keputusan menolak H_0 adalah keputusan yang salah, maka bisa jadi seharusnya H_0 tidak ditolak dan tidak ada kondisi heteroskedastisitas, hal itu yang mengakibatkan jumlahan tingkat error model AR(1) lebih baik.

Daftar Pustaka

[1] V. Aurora. *Volatilitas Asimetrik dan Model Volatilitas Stokastik*. PhD thesis, Tesis. Institut Teknologi Bandung, Bandung, 2013.

[2] S. Basak and A. Shapiro. Value-at-risk-based risk management: optimal policies and asset prices. *The review of financial studies*, 14(2):371–405, 2001.

[3] T. Bollerslev. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3):307–327, 1986.

[4] C. Brooks. *Introductory econometrics for finance*. Cambridge university press, 2014.

[5] J. D. Cryer and N. Kellet. *Time series analysis*. Springer, 1991.

[6] J. Daníelsson. *Financial risk forecasting: the theory and practice of forecasting market risk with implementation in R and Matlab*, volume 588. John Wiley & Sons, 2011.

[7] J.-J. Huang, K.-J. Lee, H. Liang, and W.-F. Lin. Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-garch method. *Insurance: Mathematics and economics*, 45(3):315–324, 2009.

[8] Y. C. Huang and B.-J. Lin. Value-at-risk analysis for taiwan stock index futures: fat tails and conditional asymmetries in return innovations. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 22(2):79–95, 2004.

[9] S. Manganelli and R. Engle. Value at risk models in finance. 2001.

[10] L. Noviyanti, B. Handoko, et al. *Estimasi Value At Risk Dinamis Menggunakan Metode Block Maxima Estimation Value at Risk Dynamic Using the Block Maxima*. PhD thesis, Universitas Padjadjaran, 2015.

[11] H. Situngkir. Value at risk yang memperhatikan sifat statistika distribusi return. 2006.