

Modifikasi Portofolio *Mean-Variance* dengan Melibatkan Model Keasimetrian Distribusi

Modification *Mean-Variance* Portofolio Selection by Modeling Distributional Asymmetries

Sabilla Fitriyanti¹, Deni Saepudin², Aniq Atiqi Rohmawati³

^{1,2,3}Prodi Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom

¹sfitriyanti@gmail.com, ²denisaepudin@telkomuniversity.ac.id, ³aniqatigi@telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Portofolio *mean-variance* adalah salah satu metode yang digunakan dalam pembentukan portofolio. Portofolio *mean-variance* menekankan pada usaha memaksimalkan *expected return* dan meminimalkan ketidakpastian/ risiko (*variance*) untuk membentuk dan menyusun portofolio. Akan tetapi, metode *mean-variance* memiliki kekurangan. *Copula* merupakan salah satu metode estimasi pemodelan distribusi yang memiliki keunggulan dalam membentuk portofolio. Parameter ρ merupakan salah satu yang digunakan dalam metode *copula*. Dengan ρ maka dapat dibentuk portofolio. *Copula* yang digunakan pada tugas akhir ini adalah *gaussian copula*. Kinerja portofolio *mean-variance classic* dan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* diukur menggunakan *Sharpe Ratio*.

Kata Kunci : *mean-variance, copula, gaussian copula, sharpe ratio*

Abstract

Mean-variance portfolio is one method that used in portfolio forming. Mean-variance portfolio emphasizes in order to maximize the expected return and to minimize the risks, on forming portfolio. However, the estimate distribution modelling which has the advantages in portfolio forming. The parameter ρ is used in copula method. By using ρ , the portfolio can be formed. The copula that used in this Final Project is Gaussian Copula. Performance of mean-variance portfolio classic and mean-variance portfolio with gaussian copula are measured using Sharpe Ratio.

Kata Kunci : *mean-variance, copula, gaussian copula, sharpe ratio*

1. Pendahuluan

Portofolio merupakan kombinasi berbagai instrumen atau aset investasi yang disusun untuk mencapai tujuan investasi [1]. Memberikan *return* yang sama namun memberikan risiko lebih rendah, atau dengan risiko yang sama namun memberikan *return* yang lebih tinggi.

Dalam membentuk portofolio diperlukan proposi bobot yang tepat untuk masing-masing saham di dalamnya agar didapatkan portofolio yang sesuai dengan tujuan investor. Terdapat beberapa penelitian yang membahas tentang pembentukan portofolio salah satunya adalah Harry Markowitz pada tahun 1952 tentang portofolio. Teori portofolio yang terkenalnya adalah model optimasi *mean-variance*. Markowitz mengusulkan metode *mean-variance* yang membentuk portofolio dengan mempertimbangkan *return* dan risiko [2].

Mean-variance memiliki peranan penting dalam teori seleksi portofolio dimana risiko pengembalian (*return*) dapat diperhitungkan. Meski perhitungannya sederhana, model portofolio *mean-variance* ini memiliki kekurangan. Model portofolio *mean-variance* menghasilkan portofolio optimal yang terkonsentrasi pada sebagian kecil aset saja sehingga portofolio tidak terdiversifikasi dengan baik. Hal ini mengakibatkan model *mean-variance* tidak efisien jika diaplikasikan pada portofolio dalam skala besar.

Dalam Tugas Akhir ini, dibahas secara khusus mengenai cara meningkatkan *sharpe ratio* portofolio

mean-variance dengan melibatkan model keasimetrian distribusi. Pendekatan yang digunakan untuk pembentukan portofolio adalah dengan menggunakan metode keluarga *Copula*. Metode *Copula* membantu pemahaman kebergantungan secara mendalam [3].

Copula sebagai salah satu metode estimasi merupakan pemodelan distribusi yang memiliki keunggulan, yaitu tidak memerlukan asumsi distribusi normal dan dapat menangkap *tail dependence*. *Copula* merupakan media untuk mengamati perilaku kebergantungan dengan fokus pada nilai korelasi serta menunjukkan ukuran kebergantungan yang sesuai dengan data. Oleh karena itu, pada Tugas Akhir ini keluarga *Copula* yang dipakai adalah *Gaussian Copula*.

2. Landasan Teori

2.1 Saham

Saham adalah surat berharga yang menunjukkan bukti kepemilikan sebagian atau keseluruhan perusahaan sehingga pemegang saham memiliki hak klaim atas dividen atau distribusi lain terhadap saham perusahaan tersebut. Pemegang saham adalah pemilik dari perusahaan yang mewakili kepada manajemen untuk menjalankan operasi perusahaan [4].

Pada dasarnya saham dapat digunakan untuk mencapai tiga tujuan investasi utama sebagaimana yang dikemukakan oleh Kertonegoro (2000) yaitu [5]:

1. Sebagai gudang nilai, berarti investor mengutamakan keamanan prinsipal, sehingga mereka akan mencari saham *blue chips* dan saham non-spekulatif lainnya.
2. Untuk pemupukan modal, berarti investor mengutamakan investasi jangka panjang, sehingga mereka mencari saham pertumbuhan untuk memperoleh *capital gain* atau saham sumber penghasilan untuk mendapat *dividen*.
3. Sebagai sumber penghasilan, berarti investor mengandalkan pada penerimaan *dividen* sehingga mereka akan mencari saham penghasilan yang bermutu baik dan hasil tinggi.

2.2 Return

Return adalah nilai pengembalian yang diperoleh setelah berinvestasi. Ketika seseorang investor membeli aset finansial, keuntungan atau kerugian dari investasi tersebut disebut *return*. Semakin besar *return* yang diharapkan akan diperoleh, semakin besar nilai resiko (*high risk high return, low risk low return*) [6-7]

$$K_i = \frac{S_{(i)} - S_{(i-1)}}{S_{(i-1)}} \quad (2.1)$$

Dimana K_i adalah *Return* saham pada waktu i , $S_{(i)}$ adalah Harga saham pada waktu i , dan $S_{(i-1)}$ adalah Harga saham pada waktu $i-1$.

2.3 Distribusi Asimetris

Suatu distribusi dapat dikatakan simetris jika mean, median, dan modus bertepatan pada puncak satu sama lain, dan kedua bagian distribusi adalah bayangan cemin satu sama lain. Distribusi yang sering diamati adalah distribusi asimetris atau miring. Distribusi dikatakan asimetris jika mean, median, dan modus tidak bertepatan dengan puncak distribusi, dan salah satu 'ekor' distribusi lebih panjang dari yang lain.

$$\alpha = \frac{\bar{x} - Mod}{s} \quad (2.2)$$

Jika $\alpha = 0$, maka distribusi datanya simetri, $\alpha > 0$, maka distribusi datanya miring ke kanan, dan $\alpha < 0$, maka distribusi datanya miring ke kiri. Dimana α adalah Derajat kemiringan Pearson, \bar{x} adalah Mean, s adalah Simpangan baku, *Mod* adalah Modus

2.4 Expected Return

Expected return adalah nilai harapan yang didapatkan pada periode waktu tertentu. *Expected return* didapat dari rata-rata *return* pada jangka tertentu sesuai dengan strategi atau skenario investasi yang diinginkan [6-7].

$$\mu = E[K] \quad (2.3)$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^T K_i}{T-1} \quad (2.4)$$

Dimana $\hat{\mu}$ adalah *Expected return* saham, T adalah Jumlah periode waktu, K_i adalah *Return* saham pada waktu i .

2.5 Risiko

Risiko merupakan rata-rata simpangan dari *expected return* yang dapat dihitung dengan variansi atau standar deviasi. Variansi dapat digunakan untuk menghitung risiko karena dengan menghitung variansi kita dapat melihat sebaran harga saham, semakin lebar sebarannya maka semakin besar pula risikonya [6-7].

$$\sigma_K^2 = E[K^2] - (\hat{\mu})^2 \quad (2.5)$$

$$\hat{\sigma}_K^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (K_i - \hat{\mu})^2}{T-1} \quad (2.6)$$

Dimana $\hat{\sigma}_K^2$ adalah Variansi *return* saham, K_i adalah *Return* saham pada waktu ke i , $\hat{\mu}$ adalah *Expected return* saham, dan T adalah Jumlah periode waktu.

2.6 Teori Copula

Konsep copula pertama kali diperkenalkan oleh Sklar di tahun 1959. Menurut Bob (2013) copula adalah fungsi yang menghubungkan distribusi marjinal univariat pada distribusi multivariatnya. Copula menghasilkan distribusi bersama multivariat yang menggabungkan distribusi marjinal dan ketergantungan antar variabel [9].

2.6.1 Fungsi Copula

Menurut Bob (2013), *Copula Gaussian* C_ρ^{Ga} dari distribusi normal standar d dimensi, dengan korelasi matrik linier ρ , adalah fungsi distribusi dari vektor random $(\Phi(X_1), \dots, \Phi(X_d))$, dimana Φ , adalah distribusi normal standar univariat dan $X \sim N_d(0, \rho)$. Oleh karena itu,

$$C_\rho^{Ga} = P(\Phi(X_1) \leq u_1, \dots, \Phi(X_d) \leq u_d) \\ = \Phi_\rho^d(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_d)) \quad (2.7)$$

Sehingga *copula gaussian* dari distribusi normal standar bivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$C_\rho^{Ga}(u_1, u_2) = \Phi_\rho^2(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) \quad (2.8)$$

Dengan Φ_ρ^2 melambangkan fungsi distribusi bersama dari fungsi distribusi normal standar bivariat dengan matrik korelasi linear ρ , dan Φ^{-1} melambangkan balikan (invers) dari distribusi normal bivariat. Dalam kasus bivariat, *copula gaussian* dapat ditulis sebagai berikut :

$$C_\rho^{Ga}(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\rho_{12}^2)^{\frac{1}{2}}} \\ \exp\left\{-\frac{s^2 - 2\rho_{12}st + t^2}{2(1-\rho_{12}^2)}\right\} ds dt \quad (2.9)$$

Dengan $s = \Phi^{-1}(u_2)$, $t = \Phi^{-1}(u_1)$ dan ρ_{12}^2 koefisien korelasi linear biasa yang sesuai distribusi normal bivariat dengan $-1 < \rho_{12}^2 < 1$ (Embrechts dkk, 2001)[10].

2.7 Metode Portofolio Mean-Variance

Pada tahun 1959, Harry Markowitz membentuk suatu pendekatan investasi saham baru dengan metode *Mean-Variance*. *Mean-Variance* membentuk konsep risiko dengan menggunakan konsep statistik yaitu variansi. Metode portofolio *Mean-Variance* menekankan pada usaha memaksimalkan *expected return (mean)* dan meminimumkan ketidakpastian / risiko (*variance*) untuk memilih dan menyusun portofolio. Pada *Mean-variance* penentuan bobot

saham dengan variansi minimum akan digunakan persamaan (2.7) sebagai berikut [6-7]:

$$\omega = \frac{uC^{-1}}{uC^{-1}u^T} \quad (2.10)$$

Dimana ω adalah Bobot masing-masing saham dalam portofolio, u adalah One row matrik (1 x n), dan C adalah Matrik (n x n) kovariansi.

2.8 Portofolio

Teori Portofolio Markowitz ini disebut juga sebagai model *mean-variance*, yang menekankan pada usaha memaksimalkan *expected return (mean)* dan meminimumkan ketidakpastian atau risiko (*variance*) untuk memilih dan menyusun portofolio optimal [8].

2.8.1 Expected Return Portofolio

Expected Return dari suatu portofolio bisa diestimasi dengan menghitung rata-rata tertimbang dari *return* yang diharapkan dari masing-masing aset individual yang ada dalam portofolio. Secara matematis, rumus untuk menghitung *expected return* portofolio dengan bobot ω adalah sebagai berikut[6-7].

$$\mu_v = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \mu_i = m \cdot \omega^t \quad (2.11)$$

Dimna μ_v adalah *Expected return* portofolio, ω_i adalah Bobot saham ke i , μ_i adalah *Expected return* saham ke i , n adalah Banyakna saham dalam portofolio, dan m adalah *Expected return* saham

2.8.2 Risiko Portofolio

Dengan menggunakan ukuran variansi masing-masing saham, kovariansi antar saham dan bobot masing-masing saham kita dapat menghitung besarnya risiko portofolio. Secara matematis, rumus untuk menghitung risiko portofolio adalah sebagai berikut [6] :

$$\sigma_v^2 = cov \left(\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot k_i, \sum_{j=1}^n \omega_j \cdot k_j \right)$$

$$\sigma_v^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \omega_j \cdot C_{ij}$$

$$\sigma_v^2 = \omega \cdot C \quad (2.12)$$

Dimana σ_v^2 adalah Risiko portofolio, ω adalah Bobot saham, dan C adalah Kovariansi saham.

2.9 Ukuran Kinerja Portofolio Saham Berdasarkan Sharpe Ratio

Sharpe Ratio dikembangkan oleh William Sharpe dan sering disebut sebagai *reward to variability ratio*. *Sharpe Ratio* adalah salah satu cara yang dapat digunakan untuk mengukur kinerja suatu portofolio [11]. Pengukuran dengan *Sharpe Ratio* didasarkan atas *risk premium*, yaitu selisih antara rata-rata *return* yang dihasilkan oleh reksa dana dengan rata-rata *return* investasi yang bebas risiko (*risk free assets*). *Sharpe Ratio* diukur dengan cara membandingkan premi risiko portofolio dengan risiko portofolio yang dinyatakan dengan standar deviasi (total risiko).

$$S_r = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (2.13)$$

Dimna R_p adalah *return* portofolio, R_f adalah *risk free rate* (tingkat *return* bebas risiko), dan σ_p standar deviasi portofolio.

3. Perancangan Umum Sistem

3.1 Data

Data yang digunakan adalah data yang digunakan untuk menyimulasikan hasil modifikasi adalah data yang berasal dari data saham Bursa Efek Indonesia (BEI) dan terdiri dari beberapa perusahaan di Indonesia. Data Historis yang digunakan adalah data *close price* dari data saham mingguan periode januari 2007 sampai dengan desember 2011. Data saham dapat diambil dari situs <http://finance.yahoo.com>. Berikut ini adalah data saham pilihan yang digunakan :

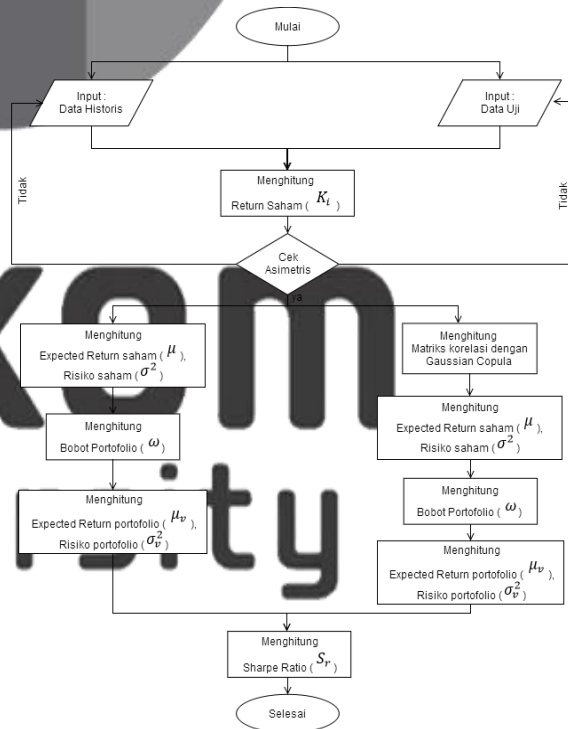
Tabel 3.1 Daftar Saham

No	Emiten	Kode
1	Adhi Karya (Persero) Tbk	ADHI
2	Adira Dinamika Multi Finance Tb	ADMF

Selain itu dilakukan pengumpulan data untuk data uji saham. Data Uji yang digunakan adalah data *close price* dari data saham mingguan periode januari 2011 sampai dengan Desember 2016.

3.2 Perancangan Sistem

Sebelum membahas proses selanjutnya, maka terlebih dahulu dibuat rancangan umum sistem berupa diagram alur (*Flowchart*) yang merupakan alur kerja perancangan sistem untuk membantu pengerjaan sistem dari awal sampai akhir. Sistem tersebut akan dirubah kedalam bentuk *coding* dengan bantuan Matlab.



Gambar 3.1 Flowchart Sistem

Keterangan :

- a) Input : Data saham
Data yang digunakan adalah data *close price* masing-masing saham yang akan digunakan. Dengan data historis periode januari 2007 sampai dengan desember 2012, sedang data uji periode januari 2012 sampai dengan desember 2017.
- b) Pada proses ini sistem akan menghitung nilai *return* untuk data historis dan data uji setiap saham seperti pada persamaan (2.1).
- c) Pada proses ini sistem akan mengecek distribusi asimetris pada data saham yang akan digunakan menggunakan persamaan (2.2). Pada tahap ini data yang digunakan adalah data yang mengandung asimetris. Jika data mengandung asimetris maka berlanjut pada proses berikutnya.
- d) Pada proses ini sistem akan menghitung matrik korelasi linear untuk dapat membentuk portofolio *mean variance* dengan *gaussian copula*.
- e) Pada proses ini sistem akan menghitung nilai *expected return* saham seperti pada persamaan (2.4), dan menghitung risiko saham pada persamaan (2.6).
- f) Pada proses ini sistem akan menghitung bobot portofolio menggunakan metode portofolio *mean-variance*, seperti pada persamaan (2.10).
- g) Pada proses ini sistem akan menghitung nilai *expected return* portofolio seperti pada persamaan(2.11), risiko portofolio saham pada persamaan (2.12).
- h) Pada proses ini sistem akan menghitung *sharpe ratio* dari portofolio *mean-variance classic* dan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* (2.13).

4. Pengujian dan Analisis

4.1 Pengujian Sistem

Pada bab ini akan dilakukan pengujian kinerja portofolio *mean-variance classic* dan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula*. Pembentukan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* dimulai dari menghitung matrik korelasi linear dengan menggunakan bivariat *gaussian copula*.

Selanjutnya, akan dilakukan perbandingan *sharpe ratio* untuk portofolio *mean-variance classic* dan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* untuk data saham periode januari 2007 - desember 2011 untuk data historis dan data saham periode januari 2012 – desember 2016 untuk data uji. Hasil dari sistem yang dibangun adalah nilai bobot portofolio *mean-variance classic* dan *mean-variance* dengan *gaussian copula* dari data historis yang akan diuji untuk mendapatkan portofolio yang hasilnya dari kinerjanya diukur dengan *sharpe ratio*.

4.2 Langkah Pengujian

Pengujian pada Tugas Akhir ini menggunakan data historis, dan data uji. Selanjutnya pada pengujian akan dilakukan beberapa langkah yang akan menguji sistem yang dibentuk. Langkah pengujian sistem yang

dibentuk yaitu, langkah 1 distribusi asimetris, langkah 2 portofolio *mean-variance classic*, langkah 3 portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* dan langkah 4 *sharpe ratio*.

4.2.1 Langkah 1 Distribusi Asimetris

Pada langkah ini saham yang dipilih adalah saham yang memiliki atau mengandung asimetris. Untuk mengetahui data saham yang digunakan tersebut mengandung asimetris atau tidak mengandung asimetris, maka dilakukan pengujian. Pengujian distribusi asimetris dilakukan menggunakan persamaan

Kode saham	\bar{x}	Mod	s	α
ADHI	0,0020	0	0,0811	0,0242
ADMF	0,0086	0	0,0662	0,1297

pearson seperti persamaan (2.3). Pada persamaan pearson distribusi asimetris dapat dilihat dari derajat kemiringan (α). Jika $\alpha = 0$, maka distribusi datanya simetri, jika $\alpha > 0$, maka distribusi datanya miring ke kanan (positif) dan jika $\alpha < 0$, maka distribusi datanya miring ke kiri (negatif).

4.2.2 Langkah 2 Portofolio Mean-Variance Classic

Pada langkah ini saham yang datanya mengandung distribusi asimetris akan digunakan untuk membentuk portofolio *mean-variance*. Pembentukan portofolio tersebut akan menghasilkan bobot portofolio. Bobot portofolio yang didapat akan diuji untuk menghasilkan nilai *expected return* dan risiko portofolio.

4.2.3 Langkah 3 Portofolio Mean-Variance dengan Gaussian Copula

Pada langkah ini saham yang digunakan adalah data saham yang sama dengan portofolio *mean-variance classic*. Hanya saja sebelum membentuk portofolio langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan nilai ρ atau matrik korelasi linear menggunakan bivariat *gaussian copula*. Selanjutnya jika nilai ρ telah diketahui maka selanjutnya pembentukan portofolio.

Pembentukan portofolio tersebut akan menghasilkan bobot portofolio. Bobot portofolio yang didapat akan diuji untuk menghasilkan nilai *expected return* dan risiko portofolio.

4.2.4 Langkah 4 Sharpe Ratio

Pada langkah ini perbandingan antara portofolio *mean-variance classic* dengan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula*. Pengujian ini menggunakan *sharpe ratio* untuk mengukur kinerja dari portofolio. Pembentukan *sharpe ratio* ini bertujuan untuk mengetahui ukuran kinerja portofolio *mean-variance classic* dibandingkan dengan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* yang datanya mengandung distribusi asimetris.

4.3 Analisis Pengujian

Analisis hasil pengujian bertujuan untuk mendapatkan hasil pengujian sistem dari langkah pengujian yang telah ditetapkan pada sub bab 4.2, yang

selanjutnya akan di analisis dan dapat ditarik kesimpulannya.

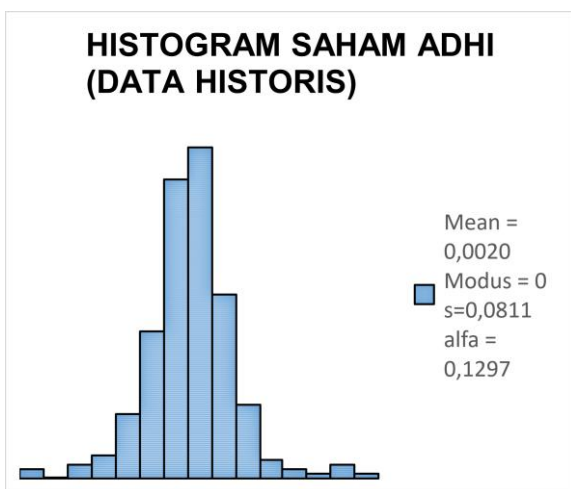
4.3.1 Pengujian Data Historis

Pengujian data historis merupakan pengujian portofolio dengan data yang digunakan. Data yang digunakan merupakan data yang memiliki distribusi asimetris. Data yang digunakan sistem untuk menentukan portofolio merupakan data saham dari periode januari 2007 – desember 2011.

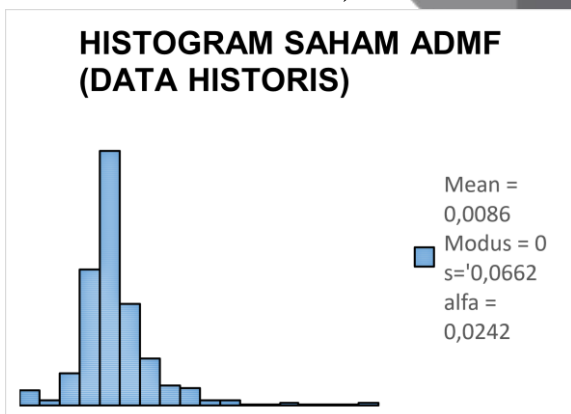
- Langkah 1 Distribusi Asimetris

Berdasarkan langkah (4.2.1), dapat diketahui distribusi asimetris dari data saham historis dapat ditampilkan dalam tabel seperti berikut:

Tabel 4.1 Tabel Distribusi Asimetris



Gambar 4.1 Grafik Histogram Saham ADHI (Data Historis)



Gambar 4.2 Grafik Histogram Saham ADMF (Data Historis)

Berdasarkan Tabel 4.1, Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa distribusi asimetris untuk data saham Adhi Karya (Persero) Tbk (ADHI) dan Adira Dinamika Multi Finance Tb (ADMF) menunjukkan bahwa data saham mengandung distribusi asimetris karena nilai $\alpha = 0,0724$ untuk saham ADHI dan nilai $\alpha = 0,3883$ untuk saham

ADMF. Ini berarti $\alpha > 0$, maka distribusi asimetris ke kanan (positif). Berdasarkan Tabel 4.1, Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 juga menunjukkan bahwa 2 saham tersebut dapat digunakan, karena mengandung distribusi asimetris.

- Langkah 2 Portofolio Mean-variance Classic

Berdasarkan langkah (4.2.2), berikut hasil pembentukan portofolio *mean-variance classic* yang dibentuk dalam langkah pengujian 2 dengan jumlah saham yaitu, 2 dapat ditampilkan dalam tabel seperti berikut:

Tabel 4.2 Tabel portofolio mean-variance data historis

Portofolio	Alokasi dana		μ_v	σ_v^2
	ω_1	ω_2		
1	0,3729	0,6271	0,0061	0,0701
2	0,3427	0,6573	0,0063	0,0565
3	0,3125	0,6875	0,0065	0,0801
4	0,2822	0,7178	0,0067	0,0983
5	0,2520	0,7480	0,0069	0,1139
6	0,2218	0,7782	0,0071	0,1279
7	0,1915	0,8085	0,0073	0,1408
8	0,1613	0,8387	0,0075	0,1530
9	0,1311	0,8689	0,0077	0,1646
10	0,1008	0,8992	0,0079	0,1759
11	0,0706	0,9294	0,0081	0,1868
12	0,0403	0,9597	0,0083	0,1976
13	0,0101	0,9899	0,0085	0,2083
14	-0,0201	1,0201	0,0087	0,2188
15	-0,0504	1,0504	0,0089	0,2294

Berdasarkan Tabel 4.2, portofolio *mean-variance classic* menunjukkan bahwa nilai bobot portofolio untuk saham ADHI yaitu ω_1 , sedangkan nilai bobot portofolio untuk saham ADMF yaitu ω_2 . Hasil dari bobot portofolio *mean-variance classic* ini akan digunakan untuk pengujian.

- Langkah 3 Portofolio Mean-variance dengan Gaussian Copula

Berdasarkan langkah (4.2.3), sebelum menentukan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* maka menentukan ρ , ρ merupakan korelasi matrik linear, nilai ρ yang di dapat adalah $\begin{pmatrix} 1 & 0,2541 \\ 0,2541 & 1 \end{pmatrix}$. Setelah mendapatkan nilai ρ , maka dapat mencari portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* yang dibentuk dalam langkah pengujian 3 dengan jumlah saham yaitu, 2 dapat ditampilkan dalam tabel seperti berikut:

Tabel 4.3 Tabel portofolio gaussian copula data historis

Portofolio	Alokasi dana		μ_v	σ_v^2
	ω_1	ω_2		
1	0,4143	0,5857	0,0063	0,0738
2	0,3964	0,6036	0,0065	0,0602
3	0,3785	0,6215	0,0067	0,0851
4	0,3606	0,6394	0,0069	0,1044

5	0,3427	0,6573	0,0071	0,1207
6	0,3248	0,6752	0,0073	0,1351
7	0,3068	0,6932	0,0075	0,1483
8	0,2889	0,7111	0,0077	0,1605
9	0,2710	0,7290	0,0079	0,1720
10	0,2531	0,7469	0,0081	0,1829
11	0,2352	0,7648	0,0083	0,1934
12	0,2173	0,7827	0,0085	0,2034
13	0,1994	0,8006	0,0087	0,2132
14	0,1814	0,8186	0,0089	0,2228
15	0,1635	0,8365	0,0091	0,2321

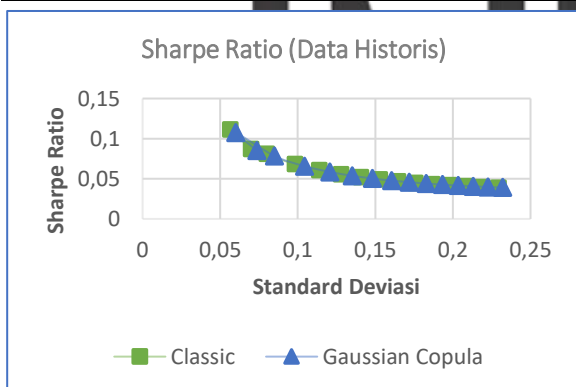
Berdasarkan Tabel 4.3 menunjukkan hasil pembentukan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* bahwa nilai bobot portofolio untuk saham ADHI yaitu ω_1 , sedangkan nilai bobot portofolio untuk saham ADMF yaitu ω_2 . Hasil dari bobot portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* ini akan digunakan untuk pengujian.

- Langkah 4 Sharpe Ratio

Berdasarkan langkah (4.2.4), dapat diketahui ukuran kinerja portofolio berdasarkan *sharpe ratio* yang akan ditampilkan dalam tabel seperti berikut :

Tabel 4.4 Tabel sharpe ratio data historis

Porto folio	Risiko		Sharpe Ratio	
	Mean-varianc e	Gaussia n Copula	Mean-varianc e	Gaussia n Copula
1	0,0701	0,0738	0,0871	0,0849
2	0,0565	0,0602	0,1116	0,1075
3	0,0801	0,0851	0,0813	0,0783
4	0,0983	0,1044	0,0682	0,0658
5	0,1139	0,1207	0,0606	0,0586
6	0,1279	0,1351	0,0555	0,0538
7	0,1408	0,1483	0,0519	0,0503
8	0,1530	0,1605	0,0491	0,0478
9	0,1646	0,1720	0,0468	0,0457
10	0,1759	0,1829	0,0450	0,0441
11	0,1868	0,1934	0,0434	0,0427
12	0,1976	0,2034	0,0420	0,0416
13	0,2083	0,2132	0,0408	0,0406
14	0,2188	0,2228	0,0398	0,0398
15	0,2294	0,2321	0,0388	0,0391



Gambar 4.3 Grafik sharpe ratio data historis

Berdasarkan Tabel 4.4 dan Gambar 4.3 terlihat bahwa nilai *sharpe ratio* portofolio *mean-variance classic* dan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* relatif sama karena nilai *return* dan risiko tidak jauh berbeda.

4.3.2 Pengujian Data Uji

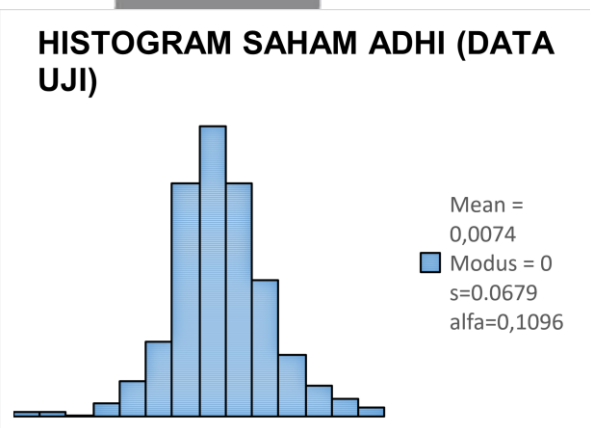
Pengujian data uji merupakan pengujian dengan menggunakan bobot portofolio yang telah diketahui pada saat menggunakan data historis. Data uji ini merupakan data saham periode januari 2012 – desember 2016.

- Langkah 1 Distribusi Asimetris

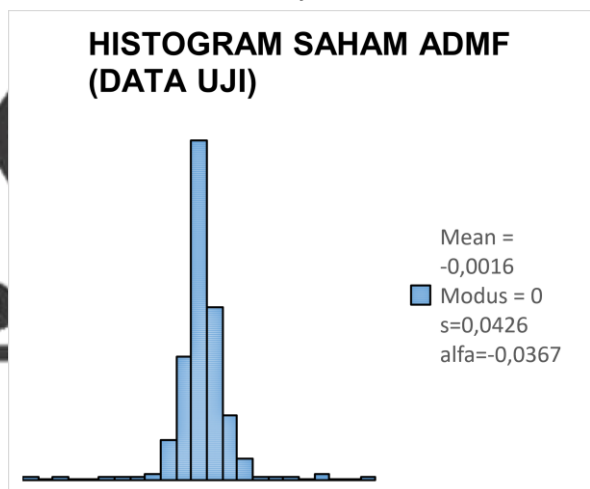
Berdasarkan langkah (4.2.1), dapat diketahui distribusi asimetris dari data saham uji dapat ditampilkan dalam tabel seperti berikut

Tabel 4.5 Tabel Distribusi Asimetris

Kode saham	\bar{x}	Mod	s	α
ADHI	0,0074	0	0,0679	0,3281
ADMF	-0,016	0	0,0426	-0,1099



Gambar 4.4 Grafik Histogram Saham ADHI (Data Uji)



Gambar 4.5 Grafik Histogram Saham ADMF (Data Uji)

Berdasarkan Tabel 4.5, Gambar 4.4 dan Gambar 4.5 dapat diketahui bahwa distribusi asimetris untuk data saham Adhi Karya (Persero) Tbk (ADHI) dan Adira Dinamika Multi Finance Tb (ADMF) menunjukkan bahwa data saham mengandung distribusi asimetris karena nilai $\alpha = 0,3281$ untuk saham ADHI dan nilai $\alpha = -0,1099$ untuk saham ADMF. Ini berarti untuk saham ADHI $\alpha > 0$, maka distribusi asimetris ke kanan (positif), sedangkan untuk saham ADMF $\alpha < 0$, maka distribusi asimetris ke kiri (negatif). Berdasarkan Tabel 4.5, Gambar 4.4 dan Gambar 4.5 juga menunjukkan bahwa 2 saham tersebut dapat digunakan, karena mengandung distribusi asimetris.

- Langkah 2 Portofolio Mean-variance classic

Berdasarkan langkah (4.2.2), dapat diketahui nilai *expected return* dan risiko portofolio *mean-variance* yang dibentuk dalam langkah 2 dengan jumlah saham yaitu, 2 dapat ditampilkan dalam tabel seperti berikut:

Tabel 4.6 Tabel portofolio mean-variance classic data uji

Portofolio	Alokasi dana		μ_v	σ_v^2
	ω_1	ω_2		
1	0,3729	0,6271	0,0018	0,0470
2	0,3427	0,6573	0,0015	0,0382
3	0,3125	0,6875	0,0012	0,0538
4	0,2822	0,7178	0,0010	0,0657
5	0,2520	0,7480	0,0007	0,0757
6	0,2218	0,7782	0,0004	0,0846
7	0,1915	0,8085	0,0002	0,0928
8	0,1613	0,8387	-0,0001	0,1004
9	0,1311	0,8689	-0,0004	0,1077
10	0,1008	0,8992	-0,0007	0,1148
11	0,0706	0,9294	-0,0009	0,1216
12	0,0403	0,9597	-0,0012	0,1284
13	0,0101	0,9899	-0,0015	0,1352
14	-0,0201	1,0201	-0,0017	0,1420
15	-0,0504	1,0504	-0,0020	0,1488

Berdasarkan Tabel 4.6, portofolio *mean-variance classic* menunjukkan bahwa nilai bobot portofolio yang digunakan adalah nilai bobot portofolio *mean-variance classic* dari data historis. Dikarenakan menggunakan bobot portofolio dari data historis maka langkah selanjutnya menentukan nilai *expected return* dan risiko dengan nilai bobot yang telah di ketahui. Sehingga Tabel 4.6 adalah hasil pengujian dari portofolio *mean-variance classic* dengan menggunakan data uji.

- Langkah 3 Portofolio Mean-variance dengan Gaussian Copula

Berdasarkan langkah (4.2.3), portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* yang dibentuk dalam langkah pengujian 3 dengan jumlah saham yaitu, 2 dapat ditampilkan dalam tabel seperti berikut :

Tabel 4.7 Tabel portofolio gaussian copula data uji

Portofolio	Alokasi dana		μ_v	σ_v^2
	ω_1	ω_2		
1	0,4143	0,5857	0,0025	0,0497
2	0,3964	0,6036	0,0024	0,0422
3	0,3785	0,6215	0,0024	0,0594
4	0,3606	0,6394	0,0023	0,0725
5	0,3427	0,6573	0,0022	0,0833
6	0,3248	0,6752	0,0021	0,0928
7	0,3068	0,6932	0,0020	0,1014
8	0,2890	0,7111	0,0019	0,1091
9	0,2710	0,7290	0,0019	0,1164
10	0,2531	0,7469	0,0018	0,1231
11	0,2352	0,7648	0,0017	0,1295
12	0,2173	0,7827	0,0016	0,1356
13	0,1994	0,8006	0,0015	0,1415
14	0,1814	0,8186	0,0014	0,1471
15	0,1635	0,8365	0,0013	0,1526

1	0,4143	0,5857	0,0025	0,0497
2	0,3964	0,6036	0,0024	0,0422
3	0,3785	0,6215	0,0024	0,0594
4	0,3606	0,6394	0,0023	0,0725
5	0,3427	0,6573	0,0022	0,0833
6	0,3248	0,6752	0,0021	0,0928
7	0,3068	0,6932	0,0020	0,1014
8	0,2890	0,7111	0,0019	0,1091
9	0,2710	0,7290	0,0019	0,1164
10	0,2531	0,7469	0,0018	0,1231
11	0,2352	0,7648	0,0017	0,1295
12	0,2173	0,7827	0,0016	0,1356
13	0,1994	0,8006	0,0015	0,1415
14	0,1814	0,8186	0,0014	0,1471
15	0,1635	0,8365	0,0013	0,1526

Berdasarkan Tabel 4.7, portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* menunjukkan bahwa nilai bobot portofolio yang digunakan adalah nilai bobot portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* dari data historis. Dikarenakan menggunakan bobot portofolio dari data historis maka langkah selanjutnya menentukan nilai *expected return* dan risiko dengan nilai bobot yang telah di ketahui. Sehingga Tabel 4.7 adalah hasil pengujian dari portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* dengan menggunakan data uji.

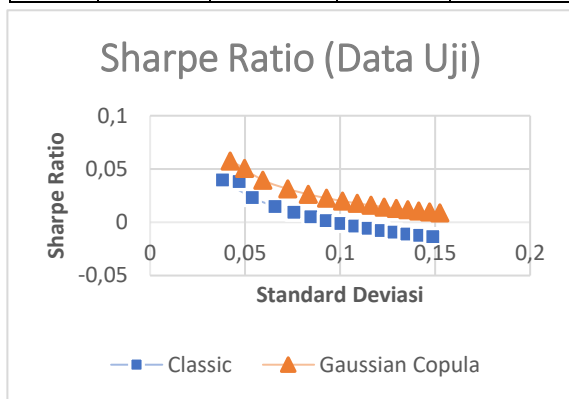
- Langkah 4 Sharpe Ratio

Berdasarkan langkah (4.3.4), dapat diketahui ukuran kinerja portofolio berdasarkan *sharpe ratio* yang akan ditampilkan dalam tabel seperti berikut :

Tabel 4.8 Tabel sharpe ratio data uji

Portofolio	Risiko		Sharpe Ratio	
	Mean-variance	Gaussian Copula	Mean-variance	Gaussian Copula
1	0,0470	0,0497	0,0381	0,0506
2	0,0382	0,0422	0,0398	0,0576
3	0,0538	0,0594	0,0232	0,0395
4	0,0657	0,0725	0,0149	0,0313
5	0,0757	0,0833	0,0093	0,0262
6	0,0846	0,0928	0,0051	0,0226
7	0,0928	0,1014	0,0017	0,0199
8	0,1004	0,1091	-0,0011	0,0177
9	0,1077	0,1164	-0,0035	0,0159
10	0,1148	0,1231	-0,0057	0,0143
11	0,1216	0,1295	-0,0077	0,0130
12	0,1284	0,1356	-0,0093	0,0118
13	0,1352	0,1415	-0,0109	0,0107

14	0,1420	0,1471	-0,0123	0,00974 1
15	0,1488	0,1526	-0,0135	0,00884 6



Gambar 4.6 Grafik sharpe ratio data uji

Berdasarkan Tabel 4.8 dan Gambar 4.6, terlihat bahwa nilai *sharpe ratio* portofolio *mean-variance classic* dan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* menggunakan data uji menunjukkan bahwa *sharpe ratio* untuk portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* lebih tinggi dibandingkan dengan *sharpe ratio* portofolio *mean-variance classic*.

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pengujian dan analisis pada Bab 4, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Perbandingan portofolio *mean-variance classic* dengan portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* dapat menunjukkan bahwa portofolio *mean-variance* dengan *gaussian copula* nilai *sharpe ratio* lebih tinggi dibandingkan nilai *sharpe ratio* portofolio *mean-variance classic*.

5.2 Saran

Adapun saran untuk pengembangan yang dapat dilakukan pada penelitian Tugas Akhir ini antara lain:

Pembentukan portofolio dapat diterapkan menggunakan keluarga copula yang lain seperti *Archimedean Copula*, *Gumbel Copula*, *Clayton Copula*, dan lain-lain.

Daftar Pustaka

- [1] Jogyanto, 2000. Teori Portofolio dan Analisis Investasi, Edisi Kedua, Yogyakarta: Penerbit BPFE.
- [2] Yunita, Zulfa. "Analisis portofolio terhadap expected return dan risiko dan risiko saham dengan menggunakan model indeks tunggal pada perusahaan LQ45 di bursa efek indonesia tahun 2011."(2013)
- [3] Sukarno, Mokhammad. Analisis Pembentukan Portofolio Optimal Saham Menggunakan Metode Single Indeks di Bursa Efek Jakarta. Diss. Program Pascasarjana Universitas Diponegoro, 2007.

- [4] Nelsen, R.B. (1991) Copulas and association, in G. Dall'Aglio, S. Kotz & G. Salinetti (eds), Advances in Probability Distributions with Given Marginals. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 51-74.
- [5] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., and Heath, D. (1999), Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9, 203/228 .
- [6] Capinski, M., & Zastawniak, T. (2003) . *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*. London: Springer.
- [7] Firsi Ayunda, Saepudin Deni dan Rian Febrian Umbara." Optimasi Portofolio Saham dengan Metode Tracking."
- [8] Markowitz, M. Harry, 1959, Portfolio Selection, *Journal of Finance*, pp 77- 91.
- [9] Nelsen, R.B. (2006). Second ed. *An Introduction to Copulas*. Springer, New York.
- [10] McNeil, Alexander J., Rüdiger Frey, and Paul Embrechts. *Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools*. Princeton university press, 2015.
- [11] Saepudin, Deni, and Rian Febrian Umbara. "Analisis Pengaruh Penambahan Variance-Based Constraints dan Global Variance-Based Constraints Terhadap Optimasi dan Terhadap Optimasi Portofolio Mean-Variance."