PEMODELAN KLAIM ASURANSI YANG MELEBIHI THRESHOLD RANDOM UNTUK DUA PORTOFOLIO ASURANSI YANG TIDAK INDEPENDENMARKOV MODELLING CLAIM INSURANCE EXCEENDANCES OVER RANDOM THRESHOLDS FOR TWO DEPENDENT PORTOFOLIO INSURANCE

Irfan Fauzan Prasetyo

Prodi S1 Ilmu Komputasi, Fakultas Teknik Informatika, Universitas Telkom

irfanfauzanprasetyo@students.telkomuniversity.ac.id

Abstrak

Kinerja dari perusahaan asuransi dipengaruhi oleh resiko dari portofolio asuransi. Resiko adalah kemungkinan klaim yang akan terjadi. Oleh karena itu, perlu dilakukan pemodelan untuk mengetahui resiko diportofolio asuransi. Digunakanlah perhitungan M(t) untuk mengetahui resiko dari satu portofolio berdasarkan acuan dari portofolio yang lain dengan M(t) adalah banyaknya klaim pada portofolio II yang melebihi klaim terbesar dari portofolio I. Ukuran klaim berdistribusi eksponensial dan frekuensi kedatangan klaim berdistribusi poisson. Pada Tugas Akhir ini dilakukan simulasi numerik M(t) untuk menghasilkan distribusi peluang M(t) untuk data klaim asuransi yang tidak independen. Kemudian membandingkannya dengan perumusan M(t) hasil analitik melibatkan penurunan rumus dari copula.

Kata Kunci : Klaim asuransi, dependent, M(t), copula, analitik, simulasi, numerik, resiko, eksponensial, poisson.

Abstract

The peformance of insurance company affected by the risk of insurance portofolio. Risk is the possibility that a claim wil occurm therefore its necessary to modelling to know the risk in the portofolio insurance. M(t) is the number of claims in portofolio II which exceeds the largest claim of portofolio I. Claim size follow exponential distribution and claim frequency follow poisson distribution.In this Final Project will implement M(t) using numerical simulations and generate probability distribution M(t) for dependent data claim insurance. then compare wirh formulation of M(t) that already exist. Model M(t) is an analytic results which derivation of Copula.

Keywords : Insurance claim, dependent, M(t), copula, analytic ,simulation, numerical, risk, exponential, poisson.

1. Pendahuluan

Klaim pada portofolio adalah salah satu faktor yang mempengaruhi kinerja perusahaan asuransi. Berdasarkan literatur ukuran klaim berdistribusi eksponensial dan frekuensi klaim berdistribusi poisson. Oleh karena itu digunakanlah distribusi peluang M(t) untuk mengetahui resiko berdasarkan klaim dari dua portofolio dengan M(t) adalah banyaknya klaim pada portofolio II yang melebihi klaim terbesar dari portofolio I. Pada Tugas Akhir ini portofolio I adalah klaim penyakit menular dan Portofolio II adalah klaim penyakit tidak menular. M(t) adalah metode untuk mengetahui resiko portofolio II terhadap portofolio I..

Pemodelan M(t) secara analitik ditemukan oleh Serkan, Omer dan Fatih dalam papernya yang berjudul "*Modeling of claim exceedances over random thresholds for related insurance portfolios*". Parameter M(t) definisikan dalam portofolio yang mungkin terjadi selama periode waktu tertentu (0, t]. Y_1, Y_2,... menunjukkan ukuran klaim yang timbul dari Portofolio II dari asuransi, $N_2(t)$ menunjukkan jumlah klaim yang mungkin terjadi selama periode yang sama waktu (0,t], misalkan dengan mengurutkan klaim pada portofolio I diperoleh :

[illegible], ... Menyatakan ukuran klaim berturut-turut yang timbul dari Portofolio I, $N_1(t)$ menunjukkan ukuran klaim

$$X_{1:N_1(t)} \leq X_{2:N_1(t)} \leq \cdots \leq X_{1:N_1(t)},$$

Definisikan :

$$M(t) = \sum_{i=0}^{N_2(t)} I(Yi > X_{N_1(t):N_1(t)}), \quad (1.1)$$

M(t) menampilkan banyaknya klaim potofolio II yang melebihi jumlah klaim terbesar dari portofolio I selama (0,t] [1].

Distribusi M(t) digunakan untuk mengetahui resiko dari portofolio II terhadap portofolio I. Apabila portofolio I adalah portofolio yang sudah ada dan portofolio II merupakan portofolio baru, distribusi M(t) digunakan untuk mengetahui resiko portofolio II terhadap portofolio I, Apabila distribusi peluang M(t) menuju nilai yang besar maka portofolio II beresiko sehingga perusahaan asuransi perlu mengevaluasi portofolio II.

Dalam Tugas Akhir dibahas bagaimana menghitung distribusi peluang M(t) dengan simulasi dan diasumsi bahwa portofolio II dan portofolio I tidak independen, kemudian membandingkannya dengan distribusi peluang M(t) melalui pendekatan analitik.

2. Dasar Teori

2.1 Model Copula

Pemodelan untuk asuransi menggunakan Copula juga diterapkan pada model matematika dalam buku Erik Bølviken berjudul "Computation and Modelling in Insurance and Finance" [2] . Selain itu Copula juga digunakan untuk mengatasi pemodelan yang saling ketergantungan menurut Rosario Romera dan Elisa M. Molanes (2008) dalam jurnalnya yang berjudul "Copulas in Finance and Insurance" menjelaskan tentang Copula merupakan metode pemodelan yang berguna untuk mewakili struktur ketergantungan antar variabel untuk menghasilkan distribusi bersama dengan menggabungkan distribusi marginal yang diberikan [3].

Farlie-Gumbel-Morgenstern Copula
Farlie (1960), Gumbel (1958), Morgestern (1956) adalah distribusi bivariat dapat dinyatakan sebagai berikut

$F_x(x) = F_{X1,X2}(x_1, x_2)$

$$= F_{12}(x_1, x_2)\ F_{1,}(x_1)F_2(x_2)[1+\alpha S_{1,}(x_{1,})\ S_{2,}(x_{2,})]\ (|\alpha| < 1)\ . \quad (2.1)$$

dimana
F_x(x) : adalah distribusi gabungan dari fungsi x_1 dan x_2
$F_{1,}(x_1)$: adalah fungsi distribusi 1
$F_2(x_2)$: adalah fungsi distribusi 2

Kita asumsikan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ menjadi urutan seragam variabel acak dari FGM copula, untuk setiap n >1 dan $F_1 = (1-x_j)$, $F_2 = (1-x_k)$ maka F_1 dan F_2 merupakan fungsi marjinal dari distribusi 1 dan distribusi 2.

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_i \{1+\sum_{1\le j<k\le n} \alpha_{jk}(1-x_j)(1-x_k)\} \quad (2.2)$$

dimana $\frac{n(n-1)}{2}$ adalah α(j,k) adalah konstan karena F_x adalah fungsi distribusi.

$$1+\sum_{1\le j<k\le n} \alpha_{jk}\, \varepsilon_j \varepsilon_k \ge 0\ , \quad (2.3)$$

nilai ε_j = 1 atau -1

Orde dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi pada fungsi tak diketahui (peubah bebas) yang muncul dalam persamaan diferensial. Persamaan diferensial (2.1) memiliki orde satu [4].

2.2 Ukuran Ketergantungan Model Copula

1. Spearman Rank Correlation

Spearman rank correlation adalah metode non parametrik untuk menghitung korelasi berdasarkan ranking. Jika terdapat dua variabel data, urutkan kemudian dibuatkan ranking. Data diurutkan dari yang terkecil sampai terbesar, contoh perhitungan korelasi spearman.

Tabel Contoh Korelasi Spearman

i	X_i	X_r	Y_i	Y_r	d_i
1	4.3	1	4.1	2	-1
2	5.7	2	3.8	1	1
3	6.2	3	5.9	3	0
4	8.1	4	8.6	5	-1
5	9.3	5	8.5	4	1

X_i adalah nilai dari X ke i, X_r adalah rank dari X_i, Y_i adalah nilai dari Y ke i, Y_r adalah rank dari Y_i dan d_i adalah X_{ri} - Y_{ri}. Maka persamaan untuk menghitung spearman rank correlation adalah :

$$\rho_{(XY)} = 1 - \frac{6\sum_{i=1} d_i^2}{n(n^2-1)}, \; -1 \le \rho_{(XY)} \le 1 \tag{2.4}$$

n adalah banyaknya data dan range korelasi spearman antara -1 sampai 1[7].

2. Pearson Correlation

Korealasi pearson digunakan untuk menentukan korelasi antar dua variabel,maka Korelasi pearson $r_{(XY)}$ [13].adalah :

$$r_{(XY)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}((X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y}))}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}} \tag{2.5}$$

keterangan

$\sum_{i=1}^{n}((X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y}))$: kovariansi dari X dan Y

$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 \sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2$: σ^2_X dan σ^2_Y masing-masing adalah variansi dari X dan Y [8]

Menafsirkan Nilai Korelasi

Nilai korelasi umumnya disimbolkan dengan simbol r yang nilainya terletak antara -1 dan 1 maka :

$$r_{(XY)} = \begin{cases} 1, & \text{hubungan x dan y sempurna dan positif} \\ -1, & \text{hubungan x dan y sempurna dan negatif} \\ 0, & \text{x dan y tidak memiliki hubungan.} \end{cases}$$

Analisis korelasi digunakan untuk menghitung korelasi kuat atau tidak. Bila nilai mendekati -1 dan 1 dikatakan X dan Y korelasi kuat, mendekati nilai 0 maka X dan Y tidak berkorelasi[8].

2.3 Copula Untuk Klaim Asuransi Tidak Independen

Copula digunakan untuk memodelkan ketergantungan pada variabel acak. Copula banyak diimplementasikan pada bidang keuangan dan asuransi [5].Distribusi dan ekspektasi dari M(t) didapat dengan asumsi klaim dari setiap portofolio adalah dependen dan variabel yang dependen dapat dibuat dengan menggunakan model Copula. Misal kita asumsikan untuk setiap m adalah

$$P\{X_1 \le x_1, \ldots, X_{n} \le x_{n}\} = F_1(x_1, \ldots, x_{n})$$
$$= C(F_1(x_1), \ldots, F_1(x_{n})),$$

dan

$$P\{Y_1 \le y_1, \ldots, Y_{n} \le y_{n}\} = F_1(y_1, \ldots, y_{n})$$
$$= C(F_1(y_1), \ldots, F_1(y_{n})),$$

Maka terbentuk persamaan :

$$P\{M(t) \le K\} = \sum \sum \sum (-1)^{\ldots} \binom{\ldots}{\ldots} \binom{\ldots}{\ldots} \times E(C_2(F(X), \ldots, F(X)))$$

$$\times P\{N_1(t) = n_1\} P\{N_2(t) = n_2\}$$

Nilai ekspektasi dari M(t) dapat dihitung dari persamaan

$$E(M(t)) = E(N_2(t)) \sum_{n_1} E(C_1(F_1(Y_1) \ldots F_1(Y_1))) P\{N_1(t) = n_1\} \tag{2.6}$$

Karena ekspektasi dikalikan peluang adalah sebuah nilai misal

E g(x) = g(x).P(X=x)

Maka asumsikan $P\{ N_1(t) = n_1 \} = 1$ agar E(M(t)) =M(t) sehingga persamaan

$$M(t) = E(N_2(t)) \sum_{n_1} E(C_1(F_1(Y_1) \ldots F_1(Y_1))) \quad (2.7)$$

nilai dari $E(C_2(\underbrace{\ldots}_{j}), \ldots, \ldots))$

$$= \frac{\theta_1}{(n} B \quad + 1, \frac{\theta_2}{}) + \alpha n \binom{n1}{} \frac{\theta_2}{B(n} \quad + 1, \frac{\theta_2}{}) \qquad (2.8)$$

$\theta_2 \quad 1 \quad \theta_1 \quad 1 \quad 2 \quad \theta_1 \quad 1 \quad \theta_1$

$i_1, i_2, \ldots, i_m$ adalah nilai permutasi dari 1, 2, ... m. C_1, C_2 adalah fungsi Copula yang berkoresponden ke portofolio I dan portofolio II, X_i adalah ukuran klaim berturut-turut yang timbul dari portofolio dari asuransi. θ_1, θ_2 adalah parameter distribusi pareto dengan $p_{(x)}$ [10]

$$p_{(x)} = \begin{cases} \frac{\theta}{} \frac{x^{\theta}}{x^{\theta+1}} \\ 0, \text{ lainnya} \end{cases}$$

$B\left(n_1 + 1, \frac{\theta_2}{\theta_1}\right)$ adalah fungsi beta dari distribusi beta, dengan distribusi $B_{(\alpha,\beta)}$

$$f_{(\alpha,\beta)} = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} & 0 < x < 1 \\ 0, \text{ lainnya} & \alpha > 0, \quad \beta > 0 \end{cases}$$

$E(N_2(t))$ adalah frekuensi klaim portofolio II di kalikan 1 sebagai peluang, n_1 adalah proporsi n_1 terhadap $N_1(t)$ data portofolio 1. $N_1(t)$ adalah Frekuensi klaim portofolio I [1]

2.4 Distribusi Klaim

Klaim memiliki distribusi berdasarkan ukuran dan frekuensi kedatangan klaim

1. Distribusi Poisson

Peubah acak X dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter λ jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, & x = 0,1,2,\ldots \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \qquad (2.9)$$

dimana λ adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dan *e* adalah bilangan natural, *e* = 2,71828. Berdasarkan data klaim asuransi frekuensi kedatangan klaim berdistribusi poisson dengan λ adalah rata-rata kedatangan klaim. Ukuran kedatangan klaim adalah banyaknya klaim yang terjadi dalam satu hari.

2. Distribusi Eksponensial

Peubah acak X dikatakan berdistribusi eksponensial dengan parameter λ jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \qquad (2.10)$$

Mean dan variansinya adalah .[18]:

$$Mean(x) = E(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x f(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x^2} = \lambda \qquad (2.11)$$

$$Var(x) = \sigma^2 = E(x - \lambda)^2 = \sum_{x=0}^{\infty} (x - \lambda)^2 . \lambda e^{-\lambda x^2} = \lambda^2 \qquad (2.12)$$

dimana menyatakan waktu yang dibutuhkan sampai terjadi satu kali sukses dengan λ adalah rata-rata banyaknya sukses dalam selang waktu satuan.Berdasarkan data klaim asuransi ukuran klaim berdistribusi eksponensial dengan λ adalah rata-rata ukuran klaim. Ukuran klaim adalah klaim yang terjadi diportofolio asuransi.[9]

3. Pembahasan

3.1 Data klaim Asuransi

Dalam mengerjakan tugas akhir ini data yang digunakan adalah sebuah data klaim dari perusahaan asuransi kesehatan periode 1 November 2013 sampai 26 Desember 2014. Data terdiri dari 1032243 *record* . Di dalam data terdapat atribut-atribut antara lain : jenis kelamin, fasilitas kesehatan, diagnostik penyakit, tanggal pengajuan klaim, deskripsi klaim, ukuran klaim yang diajukan kepada perusahaan asuransi, tanggal klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi, ukuran klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi.

3.2 Klasifikasi Data Klaim Asuransi

Karena hanya memiliki satu data klaim asuransi kesehatan sedangkan data yang dibutuhkan adalah dua, maka data asuransi kesehatan diklasifikasikan berdasarkan kriteria penyakit yaitu penyakit menular menjadi portofolio 1 dan penyakit tidak menular menjadi portofolio II. Atribut data yang digunakan dalam penelitian ini adalah : tanggal klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi, ukuran klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi, diagnostik penyakit .Klasifikasikan berdasarkan diagnostik penyakit menular dan tidak menular. Klasifikasi dilakukan dengan mencocokkan atribut jenis penyakit pada data klaim perusahaan asuransi dengan data jenis penyakit dari lembaga kesehatan nasional maupun Internasional diantaranya data Kementrian Kesehatan RI, *National Health Service England*, *US National Library Of Medicine*. Pada data klaim perusahaan asuransi, dalam satu hari terjadi lebih dari satu klaim. Oleh karena itu data klaim asuransi yang sudah di klasifikasikan berdasarkan penyakit diklasifikan lagi berdasarkan frekuensi klaim harian menjadi 421 hari

3.3 Korelasi Data Klaim Asuransi

Data klaim asuransi yang tidak independen adalah data yang memiliki korelasi yang kuat. Metode perhitungan korelasi yang digunakan adalah *Spearman Rank Correlation* dan *Pearson Correlation* untuk mendapatkan tingkat *dependency* pada klaim asuransi. Data yang digunakan untuk menghitung korelasi adalah data frekuensi klaim pada akumulasi harian

Tabel 1 Hasil perhitungan korelasi

Korelasi	Spearman	Pearson
Nilai	0,766374995	0,79379686

Berdasarkan perhitungan korelasi Spearman dan Pearson didapatkan hasil masing-masing 0,766374995 dan 0,79379686. Korelasi spearman memiliki korelasi yang lebih besar dibandingkan korelasi pearson. Karena kedua korelasi berada diantara 0,75 dan 90 maka data tersebut memiliki korelasi yang kuat

3.4 Analisis Distribusi Klaim untuk Simulasi Numerik

Berdasarkan analisis distribusi klaim, Frekuensi dari klaim mengikuti distribusi poisson [12]. Karena sifat-sifat frekuensi klaim sama dengan distribusi poisson diantaranya kedatangan klaim, Klaim terjadi pada interval waktu tertentu sehingga kejadiannya per satuan waktu. Dan berdasarkan literatur ukuran klaim diasumsikan berdistribusi eksponensial [9].

Mengenerate distribusi Poisson

Untuk menganalisis kedatangan klaim diperlukan data yang berdistribusi poisson, maka digenerate poisson random berdasarkan kriteria dari data yang sebenarnya. Oleh karena itu generate dilakukan dengan mean dari data akumulasi klaim harian untuk mengenerate poisson *random* menggunakan matlab. Mean dari frekuensi penyakit menular sebesar 903 dan mean dari frekuensi penyakit tidak menular sebesar 1561. Generate random poisson sebanyak jumlah data pada penyakit menular dan tidak menular yang harian yang berjumlah 421 karena sesuai dengan jumlah hari pada 1 November 2013 sampai 26 Desember 2014

Mengenerate distribusi eksponensial

Untuk melakukan simulasi distribusi peluang M(t) diperlukan data ukuran klaim yang berdistribusi eksponensial. Lakukan generate eksponensial *random* menggunakan mean dari data akumulasi klaim harian menggunakan matlab. Mean penyakit menular sebesar 243925**.** Mean penyakit tidak menular sebesar 454720 Generate random eponensial sebanyak jumlah data pada penyakit menular berjumlah 380166 dan penyakit tidak menular berjumlah 657025. Setelah mengenerate mendapatkan nilai distribusi penyakit menular dan penyakit tidak menular yang berdistribusi eksponensial

Generate random eponensial sebanyak jumlah data pada penyakit menular berjumlah 380166 dan penyakit tidak menular berjumlah 657025. Setelah mengenerate mendapatkan nilai distribusi penyakit menular dan penyakit tidak menular yang berdistribusi eksponensial.

3.5 Simulasi Numerik Distribusi Peluang M(t)

Distribusi peluang M(t) adalah distribusi peluang dari nilai M(t) dimana M(t) adalah banyaknya klaim portofolio II yang melebihi klaim terbesar dari portofolio I. Distribusi peluang M(t) digunakan untuk mengetahui resiko portofolio II. Ukuran klaim portofolio berdistribusi eksponensial. Sehingga diperlukan ukuran terbesar dari klaim portofolio I.

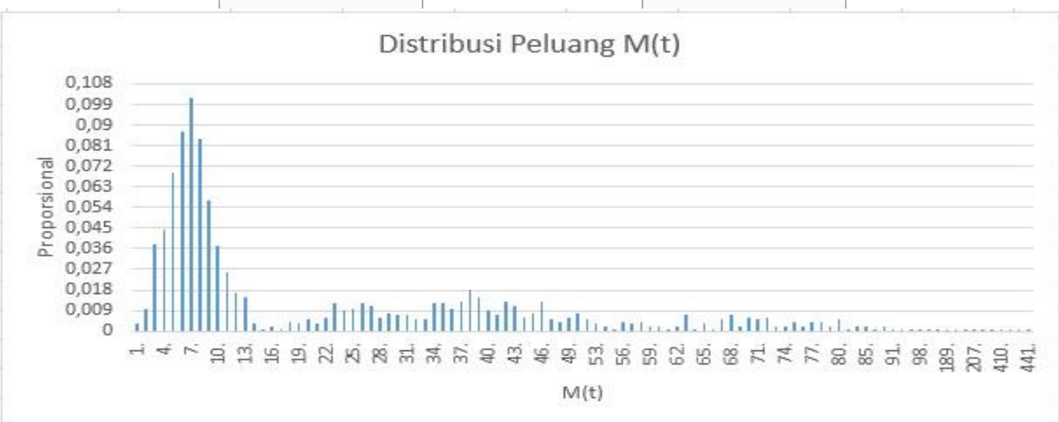
1. Menentukan Ukuran Klaim Terbesar dari Portofolio 1

Asumsikan maksimum P_1 adalah ukuran klaim terbesar dari portofolio I. maksimum P_1 adalah threshold random. Maksimum P_1 digunakan sebagai acuan untuk mengitung distribusi peluang M(t). Maksimum P_1 didapatkan dari tiap simulasi yang dilakukan. Pada penelitian ini dilakukan 1000 simulasi maka akan menghasilkan 1000 maksimum P_1

2. Simulasi Distribusi Peluang M(t)

Simulasi distribusi peluang M(t) secara numerik melalui langkah- langkah sebagai berikut :

1. Mengenerate random eksponensial berdasarkan mean ukuran dari data klaim penyakit menular dan penyakit tidak menular sesuai dengan sub bab 4.4.4. sebanyak 1000 kali sehingga menghasilkan data klaim yang berdistribusi eksponensial.
2. Menentukan maksimum P_1 dari tiap simulasi.
3. Hitung banyaknya klaim portofolio II yang melebihi klaim terbesar dari portofolio I berdasarkan maksimum P_1 sehingga didapatkan nilai M(t).
4. Lakukan simulasi sebanyak 1000 kali untuk mendapatkan 1000 M(t).
5. Nilai M(t) sejumlah 1000, kemudian dibuat distribusi peluang M(t).
6. Buat tabel Distribusi dari M(t)



Gambar 4: Hasil simulasi numerik distribusi peluang M(t)

Berdasarkan gambar 4 hasil simulasi distribusi peluang M(t) hasil analisis yang didapatkan adalah : Berdasarkan tabel, M(t) yang lebih besar cenderung memiliki proporsi yang kecil, proporsi dari M(t) di tiap simulasi tidak stabil,cenderung naik turun, fluktuasi nilai M(t) lebih sering terjadi di M(t) Menuju nilai terkecil

3.6 Analisis Distribusi Peluang M(t) Melalui Pendekatan Analitik

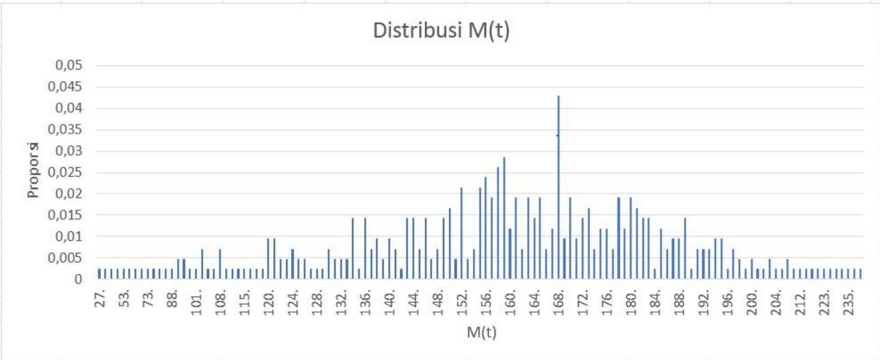
Simulasi M(t) dilakukan melalui pendekatan analitik berdasarkan Model M(t) dari jurnal yang dibuat oleh Serkan, Omer dan Fatih yang berjudul *"Modelling of Claim Exceedances over Random Threshold for Related Insurance Portfolio"*.

1. Mengestimasi Parameter M(t)

Mengestimasi parameter berdasarkan persamaan 2.7 dan 2.8. M(t) adalah penurunan dari Farlie Gumbel Morgensten copula dengan distribusi Pareto sebagai distribusi marginalnya, untuk mendapatkan parameter θ_1 dan θ_2 yang merupakan parameter distribusi pareto dilakukan dengan menfitting data ukuran klaim asuransi agar berdistribusi pareto menggunakan matlab. Sehingga parameter θ_1 dan θ_2 yang didapat masing-masing -1.

2. Menghitung Distribusi Peluang M(t) Melalui Pendekatan Analitik

Menghitung distribusi peluang M(t) melalui pendekatan analitik berdasarkan variabel yang sudah di estimasikan untuk menghasilkan distribusi peluang M(t). Distribusi peluang M(t) dilakukan sesuai dengan banyaknya data yaitu 421,tetapi karena data klaim pada data ke 420 dan 421. tidak bisa dilakukan perhitungan kombinasi pada persamaan 2.12, maka data yang dibisa digunakan adalah data ke 1 sampai 419. Berdasarkan data klaim akumulasi harian.Hitung berdasarkan persamaaan 2.7 dan 2.8 untuk menghitung distribusi peluang M(t)

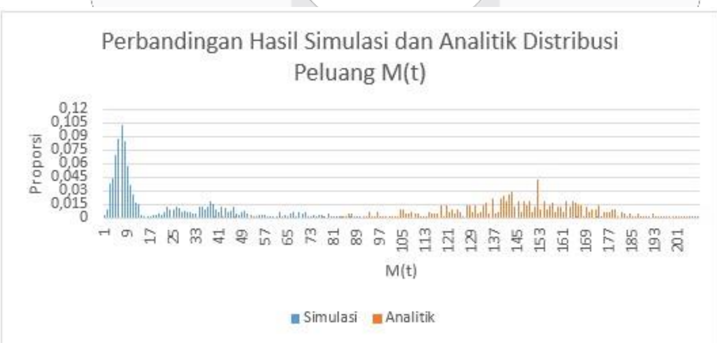


Gambar 5 Hasil pendekatan analitik distribusi peluang M(t)

Berdasarkan Distribusi Peluang M(t) gambar 5 dapat dianalisis : berdasarkan tabel M(t) yang lebih besar dan M(t) menuju nilai terkecil dan terbesar cenderung memiliki proporsi yang kecil, Proporsi dari M(t) di tiap simulasi stabil di M(t) menuju nilai terkecil dan M(t) menuju nilai terbesar tetapi fluktuasi terjadi di M(t) menuju nilai tengah , Distribusi M(t) terfokus pada nilai M(t) di tengah karena proporsi M(t) ditengah cukup besar

3.7 Perbandingan Distribusi Peluang M(t) dari Simulasi Numerik dan Pendekatan Analitik

Untuk menganalisis distribusi dari peluang M(t) dhasil simulasi dan hasil pendekatan analitik maka dibuat tabel distribusi M(t) yang terdiri dari simulasi numerik dan hasil pendekatan analitik



Gambar 6 Perbandingan Distribusi peluang M(t) dari Simulasi Numerik dan Pendekatan Analitik

Tabel 2 perbandingannya distribusi peluang M(t)

No	Simulasi	Pendekatan Analitik
1	Proporsi dari M(t) di tiap simulasi tidak stabil cenderung naik turun.	Proporsi dari M(t) tidak stabil, naik turun tetapi stabil di M(t) Menuju nilai terkecil dan nilai terbesar
2	Terjadi fluktuasi cukup tinggi pada nilai proporsi M(t) di M(t) menuju terkecil	Terjadi fluktuasi cukup tinggi di Nilai M(t) menuju nilai tengah

3	Nilai M(t) terfokus menuju nilai terkecil	Distribusi peluang M(t) merata di tiap nilai M(t),tetapi juga terjadi fluktuasi
4	Memiliki nilai M(t) terbesar 441	Memiliki nilai M(t) terbesar 247

4 Kesimpulan

1. Berdasarkan hasil simulasi numerik proporsi M(t) tidak merata dan terjadi fluktuasi data distribusi peluang M(t) menuju M(t) terkecil. Proporsi M(t) cukup besar ketika M(t) menuju nilai terkecil karena data simulasi numerik portofolio I dan portofolio II memiliki selisih yang sedikit sehingga portofolio II tidak beresiko. Berdasarkan Hasil Pendekatan Analitik proporsi M(t) cenderung merata tetapi tetap ada fluktuasi data di M(t) menuju nilai tengah. Proporsi M(t) menuju nilai terbesar dan terkecil cenderung stabil dan tidak ada fluktuasi yang terlalu besar. Proporsi M(t) menuju nilai tengah memiliki proporsi lebih besar karena data frekuensi klaim harian memiliki frekuensi terbanyak di frekuensi klaim menuju nilai tengah sehingga frekuensi klaim berbanding lurus dengan distribusi peluang M(t). Hasil analitik melalui proporsi M(t) portofolio II cukup beresiko.
2. Berdasarkan data portofolio I dan portofolio II ukuran klaim mengikuti distribus eksponensial dengan mean 243925 untuk portofolio I dan 454720 untuk portofolio II . Frekuensi kedatangan klaim berdistribusi eksponensial dengan mean 903 untuk portofolio I dan 1561 untuk portofolio II. Melalui pendekatan analitik melalui penurunan rumus copula distribusi marginal dari portofolio I dan portofolio II yang tidak independen adalah distribusi pareto.
3. Perbedaan simulasi numerik dan analitik karena estimasi parameter dan data yang digunakan. Data yang digunakan pada simulasi numerik adalah data ukuran klaim sedangkan data yang digunakan pada pendekatan analitik data akumulasi frekuensi klaim harian.

Daftar Pustaka

[1] Serkan Eryima��, Omer L Gebizliogl��,Fatih Tank� 2011, *Modelling of Claim Exceedances Over Random Thresholds for Related Insurance journal*, Universitas Atilim� ,Universitas Ankara ,Ankara, Turkey.

[2] Erik Bølviken , 2014, *Simulation of queuing Model for Computation and Modelling in Insurance and Finance*, University of Oslo,Oslo Norway : Cambridge ,hlm 202..

[3] Rosario Romera,Elisa M. Molanes, 2008, *Copulas In Insurance and Finance Journal*, Departemen Estadistica, University Carlo III de Madrid,Getafe,Spain.

[4] Khreshna ,2013,*Analisis Data dengan Copula,*FMIPA ITB ,Institut Teknologi Bandung , Indonesia .

[5] Umberto Cherubini ,2004,*Copula Method In Finance*,Italy :Wiley Finance.

[6] Sigit Nugroho,2007,*Dasar-Dasar Metode Statistika* ,Grasindo ,Bengkulu,Indonesia,hlm 60.

[7] Cheng Lee,2000,*Statistics For Business and Financial Economics*,World Scientific,Singapore ,hlm 773.

[8] J. Suprapto,2007,*Statistik untuk Pemimpin Berwawasan Global*,Salemba empat,Jakarta ,Indonesia,hlm 162

[9] Faihatuz Zuhairoh,2014,*Perhitungan Premi dengan Asumsi Waktu Antar Klaim Berdistribusi Eksponensial*,STKIP Makassar,Makassar, Indonesia

[10] Barry C Arnold,1983, *Pareto Distribution*, CRC Press,California ,USA

[11] Latife Sinem Sarul[1], Serap Sahin[2] 2015, *An Application of Claim Frequency Data Using Zero Inflated and Hurdle Models In General Insurance*, Universitas Istanbul[1] Universitas Kirikkale[2], ,Istanbul, Turkey