

## Optimasi Portofolio Saham Dengan Memperhitungkan Biaya Transaksi Menggunakan Algoritma Genetika *Multi-Objective*

Almaya Sofariah<sup>1</sup>, Deni Saepudin<sup>2</sup>, Rian Febrian Umbara<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Fakultas Informatika Prodi Ilmu Komputasi  
Telkom University, Bandung

<sup>1</sup>[almavasofariah@gmail.com](mailto:almavasofariah@gmail.com) , <sup>2</sup>[denisaepudin@telkomuniversity.ac.id](mailto:denisaepudin@telkomuniversity.ac.id) ,  
<sup>3</sup>[rianum@telkomuniversity.ac.id](mailto:rianum@telkomuniversity.ac.id)

---

### Abstrak

Portofolio saham merupakan sekumpulan aset finansial yang berisi beberapa saham yang bisa dimiliki oleh perusahaan atau perorangan. Untuk mendapatkan portofolio yang optimal yaitu dengan menghasilkan *return* maksimal dan risiko minimal dilakukan dengan mengalokasikan bobot pada portofolio. Metode yang digunakan untuk meminimumkan risiko adalah *mean-variance* Markowitz. Pada tugas akhir ini akan dilakukan optimasi portofolio dengan memperhitungkan biaya transaksi. Optimasi *multi-objective* digunakan untuk mencapai tujuan portofolio yang optimal, karena terdapat lebih dari satu fungsi tujuan yang ingin dicapai. Algoritma optimasi yang digunakan yaitu algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II. Beberapa parameter algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II adalah ukuran populasi, jumlah generasi, probabilitas *crossover* dan probabilitas mutasi. Hasil akhir yaitu berupa nilai bobot portofolio dan grafik *efficient frontier* yang merupakan kumpulan dari pilihan terbaik bagi investor yang mampu menawarkan tingkat *return* maksimum untuk tingkat risiko tertentu. Pada grafik *efficient frontier* yang diperoleh dengan metode *mean variance* diasumsikan tidak terdapat transaksi jual maupun beli sedangkan pada grafik *efficient frontier* yang diperoleh dengan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II diasumsikan terdapat transaksi jual ataupun beli suatu saham.

**Kata kunci :** optimasi portofolio, biaya transaksi, algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II

---

### Abstract

*Stock portfolio is a group of financial assets which contain of some stocks owned by the company or individual. For getting an optimal portfolio is by produce maximal return and minimal risks by allocating proportion invested in portfolio. The method that used to minimize the risks is mean-variance Markowitz. In this final project we execute portofolio optimization with transaction costs. Multi-objective optimization is used for achieved optimum portofolio, because there are more than one objective function. The optimization algorithm that we use is multi-objective genetic algorithm NSGA-II. Some genetic algorithm parameters are population size, number of generations, crossover probability and mutation probability. The final result is an optimal proportion invested of portofolio and a form of graph efficient frontier, where it is a set of the best options for the investor which offer the minimum level risk at a given expected return. On the efficient frontier obtained by mean variance method is assume there is no sale or purchase transaction while on the efficient frontier obtained by multi-objective genetic algorithm NSGA-II is assume there are transactions or the purchase of a stock.*

**Keywords :** *portofolio optimization, transaction cost, multi-objective genetic algorithm NSGA-II*

---

### 1. Pendahuluan

Portofolio saham merupakan sekumpulan aset finansial berupa saham, sehingga seorang investor yang memiliki portofolio saham memiliki harapan mendapatkan *return* maksimal dan risiko yang minimal. Untuk mendapatkan portofolio saham yang optimal adalah bagaimana

cara mengalokasikan bobot pada portofolio saham tersebut. Metode *mean-variance* Markowitz digunakan untuk meminimumkan risiko portofolio saham berdasarkan *Mean-VaR* (*Value at Risk*). Ada beberapa tantangan dalam mengoptimisasi portofolio, salah satunya adalah

dengan memperhitungkan biaya transaksi. Biaya transaksi merupakan biaya yang dibebankan kepada seorang investor ketika ingin membeli atau menjual suatu saham. Optimasi *multi-objective* pada tugas akhir ini yaitu berupa optimasi portofolio saham, dimana terdapat dua tujuan yaitu meminimalkan risiko dan memaksimalkan *return* portofolio saham dengan menggunakan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II.

Algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*) merupakan salah satu algoritma evolusi yang populer digunakan pada permasalahan optimasi *multi-objective*. Optimasi portofolio dapat

diterapkan menggunakan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II dengan cara menghitung bobot portofolio saham yang didefinisikan sebagai kromosom. Parameter algoritma genetika yang digunakan antara lain ukuran populasi, jumlah generasi, probabilitas *crossover* dan probabilitas mutasi. Algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II akan

menyimpan solusi optimal dari setiap generasi, kemudian menyeleksi dengan cara mengurutkan berdasarkan *pareto front* dan membandingkan

solusi-solusi antar setiap generasi. NSGA-II dapat menghasilkan solusi yang lebih baik dengan perhitungan yang lebih sedikit, pendekatan *elitist*, dan pembagian parameter yang lebih sedikit.

Hasil akhir dari penerapan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II pada tugas akhir ini berupa grafik *efficient frontier*, yaitu kumpulan dari pilihan terbaik bagi investor yang mampu menawarkan tingkat *return* yang maksimum untuk tingkat risiko tertentu. Pada grafik *efficient frontier* tersebut metode *mean variance* diasumsikan tidak terdapat transaksi jual maupun beli dan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II diasumsikan terdapat transaksi jual ataupun beli suatu saham.

**2. Tinjauan Pustaka**

**2.1. Investasi**

Investasi adalah penanaman modal atau

penempatan sejumlah dana pada saat ini yang dapat memberikan keuntungan di kemudian hari [12]. Saham merupakan salah satu instrumen

tingkat keuntungan yang menarik. Meskipun berisiko tinggi, investasi saham dapat memberikan keuntungan yang sangat besar [11]. Salah satu cara untuk mengurangi risiko adalah dengan melakukan diversifikasi.

**2.1.1 Return Saham**

*Return* atau pengembalian adalah keuntungan yang diperoleh perusahaan, individu dan institusi dari hasil kebijakan investasi yang dilakukan. Rumus yang digunakan untuk menghitung *return* saham.

$$P_i = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \tag{2-1}$$

Keterangan :

- $P_i$  : *return* saham ke  $i$
- $S(t)$  : harga saham pada waktu  $t$

**2.1.2. Expected Return Saham**

*Expected return* adalah *return* yang diharapkan di masa yang akan datang. Nilai *expected return* didapat dari rata-rata *return* pada jangka waktu tertentu yang diinginkan. Persamaan *expected return* saham

$$E_i = \frac{\sum_{t=1}^n P_{i,t}}{n} \tag{2-2}$$

Keterangan:

- $P_{i,t}$  : *return* saham ke  $i$
- $R_i$  : *expected return* saham ke  $i$
- $N$  : banyaknya selang waktu pengamatan (minggu)

**2.1.3. Risiko**

Untuk menghitung risiko saham, variansi dapat digunakan karena dengan menghitung variansi kita dapat melihat sebaran harga saham, semakin lebar sebarannya maka semakin besar pula risikonya. Setiap investor dalam mengambil keputusan investasi harus selalu berusaha meminimalisasi berbagai risiko yang timbul, baik jangka pendek maupun jangka panjang. Risiko dapat dikurangi, namun tidak dapat dihilangkan. Salah satu cara untuk meminimumkan risiko adalah dengan diversifikasi. Pengukuran nilai risiko dapat dihitung dengan menggunakan nilai standar deviasi.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - E_i)^2}{n}} \tag{2-3}$$

investasi yang paling populer diperdagangkan di pasar modal karena mampu memberikan

Keterangan:

$\sigma$  : standard deviasi saham

Pi : *return* saham ke i

N : banyaknya selang waktu pengamatan (mingguan)  
 Ri : *expected return* saham

**2.2. Biaya Transaksi**

Memperhitungkan biaya transaksi pada portofolio merupakan hal yang perlu dipertimbangkan oleh investor. Biaya transaksi diasumsikan sebagai fungsi berbentuk V dari perbedaan antara portofolio yang ada dan yang baru. Dengan melibatkan portofolio yang ada dan yang baru tersebut, seorang investor biasanya memiliki kekhawatiran karena perlu adanya pembelian dan penjualan yang dapat memberikan efek pada portofolionya.

Jika portofolio pada waktu t diketahui, maka kita mempertimbangkan revisi portofolio pada waktu t+1. Asumsinya adalah biaya transaksi

pada waktu t+1 merupakan fungsi berbentuk V perbedaan antara portofolio yang ada pada waktu t dan portofolio baru pada waktu t+1 [4].

$$C_{i,t+1} = C_{i,t+1} | P_{i,t+1} - P_{i,t} | \quad (2-4)$$

$C_{i,t+1}$  adalah nilai konstan saham ke i pada waktu t+1. Jadi total biaya transaksi portofolio  $w_{t+1} = (w_{1,t+1}, w_{2,t+1}, \dots, w_{n,t+1})$  pada waktu t+1.

$$C_{i,t+1}(P_{i,t+1}) = C_{i,t+1} | P_{i,t+1} - P_{i,t} | \quad (2-5)$$

Sehingga ekspektasi *return* portofolio dengan mempertimbangkan biaya transaksi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$E(R_{p,t+1}) = \sum_{i=1}^n w_{i,t+1} E(R_{i,t+1}) - \sum_{i=1}^n w_{i,t+1} C_{i,t+1}(P_{i,t+1}) \quad (2-6)$$

**2.3. Mean Variance**

Metode *mean-variance* pertama kali diperkenalkan oleh Markowitz. Metode ini menggunakan nilai variansi sebagai parameter yang digunakan. Metode *mean-variance* menekankan pada usaha memaksimalkan *expected return* dan meminimumkan risiko untuk menyusun portofolio yang optimal. Pada portofolio gabungan beberapa saham, perhitungan bobot yang akan digunakan [13]:

$$w = \frac{1}{(C^{-1}C)^{\frac{1}{2}}} \quad (2-7)$$

jumlah dana yang diinvestasikan oleh investor. Sehingga dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$1 = C^{-1}C \quad (2-8)$$

Keterangan:

$C^{-1}$  : matriks dengan ukuran 1xn yang bernilai 1  
 $C$  : matriks dengan ukuran nx1

*expected return* yang akan digunakan adalah

$$C = C^{-1}C \quad (2-9)$$

Selanjutnya, matriks kovariansi antara nilai *return* dinotasikan sebagai :

$$C = C^{-1}C \quad (2-10)$$

Dimana *i* dan *j* merupakan jumlah n saham, sehingga menghasilkan matriks n x n

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Nilai diagonal dari matriks kovariansi merupakan nilai variansi dari saham ke-*i*, atau dapat dinotasikan sebagai  $C_{ii} = \sigma_i^2$ , diasumsikan C memiliki nilai invers  $C^{-1}$ .

Nilai *expected return* yang digunakan:

$$\begin{aligned} C_{ii} &= C_{ii} = C \sum_{i=1}^n P_{i,t+1} \cdot C_{ii} \\ &= \sum_{i=1}^n P_{i,t+1} \cdot C_{ii} \\ &= C \end{aligned} \quad (2-11)$$

Lalu nilai risiko yang akan digunakan:

$$\begin{aligned} C_{ii}^2 &= V(C_{ii}) = V(C \sum_{i=1}^n P_{i,t+1} \cdot C_{ii}) \\ &= C \sum_{i=1}^n P_{i,t+1} \cdot C_{ii} \cdot C_{ii} \\ &= \sum_{i=1}^n C_{ii} \cdot C_{ii} \\ &= w \cdot C \cdot C \end{aligned} \quad (2-12)$$

Penentuan bobot saham pada *mean variance*

dapat dinotasikan:  $\frac{1}{C^{-1}C}$

$$w = \frac{1}{C^{-1}C} \quad (2-13)$$

Keterangan :

Dengan kendala

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Dimana  $w = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ \dots \ w_n]$  dan  $\underline{1}$  matriks dengan ukuran 1xn yang bernilai 1, jumlah *w* harus sama dengan 1 atau sesuai dengan

$w$  : nilai bobot saham

$\mu$  : nilai *expected return* yang diharapkan

$\sum$  : total dana investor (sama dengan 1)

$C$  : matriks kovariansi

$\mu_i$  : nilai *expected return* tiap saham

#### 2.4. LQ45

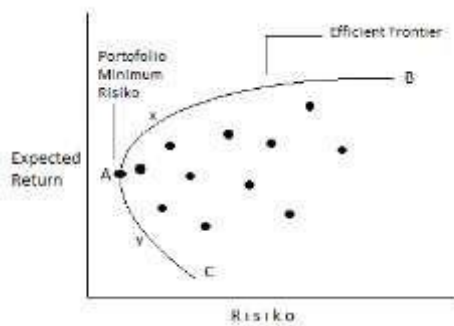
Indeks LQ45 terdiri dari 45 saham perusahaan tercatat di BEI (Bursa Efek Indonesia) yang terpilih berdasarkan pertimbangan likuiditas perdagangan dan kapitalisasi pasar, dengan kriteria yang telah ditentukan. Penentuan daftar saham disesuaikan setiap enam bulan (setiap awal Februari dan Agustus) [1]. Dengan demikian saham yang terdapat dalam indeks tersebut akan selalu berubah setiap enam bulannya. Apabila ada saham yang sudah tidak masuk kriteria maka akan diganti dengan saham lain yang memenuhi

syarat. Oleh karena itu dalam pengerjaan tugas

akhir ini, data yang digunakan adalah saham indeks LQ45.

**2.5. Efficient Frontier**

Bagian dari *efficient frontier* merupakan pilihan terbaik bagi investor karena mampu menawarkan *return* tertinggi dengan risiko yang sama. Portofolio pada *efficient frontier* adalah portofolio optimal dimana tujuannya menawarkan *expected return* maksimal untuk beberapa tingkat risiko tertentu.



Gambar 2.1 *Efficient Frontier*

**2.6. Optimasi Multi-Objective**

Optimasi yang berisi lebih dari satu fungsi tujuan disebut sebagai masalah optimasi *multi-objective*. Pada optimasi *multi-objective*, ketika dua kandidat solusi dibandingkan, solusi a tidak mendominasi solusi b kecuali semua

objek dari a memenuhi kondisi dominasi. Dengan banyaknya fungsi tujuan, tidak ada satupun solusi yang dapat mendominasi antara keduanya sangatlah mungkin. Oleh karena itu optimasi *multi-objective* dapat memberikan perkiraan solusi yang baik. Sebuah permasalahan optimasi yang dimodelkan secara matematis umumnya terdiri dari fungsi-fungsi tujuan (*objective function*) dan kendala-kendala (*constraints*). Fungsi tujuan mempresentasikan tujuan yang akan dioptimalkan, karena jumlah fungsi tujuannya lebih dari satu, maka solusi optimum dari *multi-objective* optimization problem juga lebih dari satu. Masalah optimisasi portofolio saham dengan *Mean variance* dapat dituliskan sebagai masalah optimasi *multi-objective*:

$$\text{Maks } \sum_{i=1}^n w_{i,t+1} \cdot R_{i,t+1} - \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot R_{i,t} \quad (2-14)$$

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n w_{i,t+1} \cdot \sigma_{i,t+1} \quad (2-15)$$

dengan kendala

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t+1} = 1,$$

$$w_{i,t+1} \leq 0.75, \quad i = 1, \dots, n$$

$$w_{i,t+1} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n$$

Optimasi *multi-objective* dapat dirumuskan dalam persamaan

$$f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x) \quad (2-16)$$

Keterangan:

$k$  : jumlah fungsi tujuan

$x$  : Vektor dari variable keputusan  $[w_1, w_2, \dots, w_n]^T$

Pada tugas akhir ini fungsi yang akan dioptimalkan adalah *expected return* dan risiko, dimana tujuan yang ingin dicapai adalah dengan memaksimalkan *expected return* serta meminimumkan risiko. Optimisasi portofolio *multi-objective* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$f_1 \quad (2-17)$$

$$f_2 \quad (2-18)$$

Dengan *constraint*

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t+1} = 1$$

$$w_{i,t+1} \leq 0.75, \quad i = 1, \dots, n.$$

$$w_{i,t+1} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n$$

Keterangan:

$f(x)$  : *Expected return* portofolio

$w_{i,t+1}$  : *Expected return* saham  $i$  pada waktu  $t+1$

$w_{i,t}$  : Bobot saham  $i$  pada waktu  $t+1$

$w_{i,t}$  : Bobot saham  $i$  pada waktu  $t$

$w_{i,t+1}$  : Biaya transaksi saham  $i$  pada waktu  $t+1$

$\sigma(x_{t+1})$  : Risiko portofolio pada waktu  $t+1$

$w_{t+1}$  : Vektor bobot saham pada waktu  $t+1$

$\sigma_{i,t+1}$  : Matriks kovariansi saham  $i$  pada waktu  $t+1$

**2.6.1. Dominance Test**

Masalah optimisasi pada *multi-objective*, solusi terbaik ditentukan dengan *dominance*. *Non-dominated solutions set* adalah suatu set solusi yang merupakan solusi yang tidak

didominasi oleh solusi manapun dari kumpulan anggota solusi yang ada, dan kumpulan dari *non-dominated solution set* disebut *Pareto-Optimal set*. Sedangkan batas yang digambarkan dengan kumpulan semua titik-titik yang dipetakan dari

*Pareto-Optimal set* disebut *Pareto-optimal Front*.

## 2.7. Algoritma Genetika Multi-objective NSGA-II

Algoritma genetika adalah suatu bentuk teknik pencarian secara *stochastic*, berdasarkan mekanisme yang ada pada seleksi alam dan genetik secara natural. Setiap makhluk hidup memiliki gen-gen, yaitu bagian dari kromosom yang menentukan atau mempengaruhi karakteristik setiap individu. Mekanisme genetik mencerminkan kemampuan individu untuk melakukan perkawinan dan menghasilkan keturunan yang memiliki karakteristik yang hampir sama dengan orang tuanya. Sedangkan prinsip seleksi alam menyatakan bahwa setiap makhluk hidup dapat mempertahankan dirinya jika mampu beradaptasi dengan lingkungannya. Dengan demikian, diharapkan keturunan yang dihasilkan memiliki kombinasi karakteristik yang terbaik dari orang tuanya, dan dapat menopang generasi-generasi selanjutnya [3].

Tahap awal pencarian dalam algoritma genetika dimulai dari himpunan penyelesaian acak (*random*) yang disebut populasi. Setiap individu dalam populasi diwakili oleh sebuah kromosom yang merupakan satu solusi dari masalah yang akan dihadapi. Inisialisasi awal dilakukan untuk memenuhi parameter yang dibutuhkan. Inisialisasi awal ini meliputi penentuan ukuran populasi, penentuan ukuran kromosom, penentuan nilai *mutation rate* ( $P_m$ ) dan *crossover rate* ( $P_c$ ), penentuan ukuran peta lingkungan, penentuan titik awal dan titik tujuan [3].

Salah satu algoritma genetika *multi-objective* yang sangat populer yang digunakan adalah NSGA-II (*Non-dominated Sorting Algorithm*). Dalam NSGA-II semua individu dalam populasi gabungan (*parents and child*) diranking berdasarkan pada solusi *non-dominant* pada setiap *front*. *Front* pertama yang terbentuk didasarkan pada kumpulan *non-dominant* dalam populasi awal dan *front* yang kedua akan didominasi oleh individu-individu yang berada dalam *front* yang pertama dan seterusnya [5].

Selain diberikan nilai *fitness*, parameter baru yang disebut *crowding distance* juga dihitung

oleh masing-masing individu. *Crowding distance* merupakan pengukuran mengenai kedekatan antara individu dengan individu di sampingnya. Nilai *crowding distance* yang semakin besar akan menghasilkan populasi yang beragam.

Induk-induk (*parents*) akan diseleksi dari suatu populasi dengan menggunakan *binary tournament selection* berdasarkan nilai *rank* dan *crowding distance* [5]. Individu yang akan terpilih merupakan individu yang memiliki nilai *rank* lebih kecil dibandingkan individu lainnya, atau memiliki nilai *crowding distance* yang lebih besar dari individu lainnya. *Crowding distance* dibandingkan jika nilai *rank* dari kedua individu sama. Populasi yang diseleksi akan membangkitkan keturunan baru (*offspring*) melalui proses *crossover* dan mutasi. Populasi awal yang berisikan induk (*parents*) dan populasi anak (*offspring*) diurutkan kembali berdasarkan *non-dominant* dan hanya  $N$  individu yang terbaik yang akan terpilih, dimana  $N$  adalah ukuran populasi.

### 2.7.1. Proses-Proses Algoritma Genetika Multi-objective

#### a. Inisialisasi Populasi

Tahap awal yang dilakukan adalah membangkitkan secara acak sebuah populasi yang berisi sejumlah kromosom. Inisialisasi populasi ini akan direpresentasikan dalam gen-gen yang bernilai *real*. Kemudian populasi yang telah dibangkitkan kemudian diurutkan berdasarkan *non-dominant* atau solusi yang tidak didominasi oleh solusi manapun.

#### b. Non-dominated Sort

*Non-dominated Sort* menghasilkan solusi terbaik yang akan disimpan dan akan membentuk suatu set solusi yang merupakan solusi yang tidak didominasi oleh solusi manapun dari kumpulan anggota solusi yang ada.. Kemudian kumpulan dari dengan *non-dominated solution set* akan dipetakan dalam *Pareto Optimal Front* [5].

#### c. Crowding Distance

Setelah pengurutan *non-dominated* selesai dilakukan, kemudian langkah berikutnya adalah menghitung *crowding distance*. Perhitungan nilai *crowding distance* ini hanya dilakukan pada sepanjang nilai *front* yang sama. Untuk perhitungan *crowding distance* dilakukan sebagai berikut [13]:

1. Inialisasi jarak (*distance*) untuk semua individu-individu dengan nilai 0
2. Untuk setiap fungsi tujuan  $m$ 
  - Urutan semua individu-individu di dalam *front* berdasarkan fungsi tujuan  $m$  yaitu  $I = \text{sort}(\dots)$
  - Untuk pertama kali, beri nilai jarak (*distance*) untuk setiap individu dalam *front* sama dengan tak terhingga yaitu  $I(\dots) = \infty$  dan  $I(\dots) = \infty$
  - Untuk  $k=2$  sampai  $(n-1)$

$$I(d_k) = I(d_k) + \frac{I^{(k+1)} \cdot m - I^{(k-1)} \cdot m}{m \cdot m} \quad (2-19)$$

- $I(k) \cdot m$  adalah nilai fungsi tujuan ke- $m$  dari individu ke- $k$  di  $I$ .
- Parameter  $f_m^{\max}$ ,  $f_m^{\min}$  adalah maksimum dan minimum nilai  $m$  *objective function*.

d. *Binary Tournament Selection*

Selanjutnya dilakukan proses seleksi dengan menggunakan *binary tournament selection*. Terdapat dua kriteria dalam seleksi yaitu [13]:

- *Non-domination rank*  
Jika terdapat solusi dengan nilai *rank* yang berbeda maka solusi yang terpilih adalah solusi dengan nilai *rank* yang terkecil.
- *Crowding distance*  
Jika terdapat solusi dengan nilai *rank* yang sama maka solusi yang terpilih adalah

solusi dengan nilai *crowding distance* yang terbesar.

e. *Crossover*

*Crossover* dilakukan untuk menghasilkan individu yang baru. Rekombinasi perlu dilakukan agar menghasilkan keturunan yang berbeda dengan orangtua. Rekombinasi untuk representasi *real* bisa dilakukan dengan dua cara yaitu, *discreate* dan *intermediate crossover*. Pada tugas akhir ini *crossover* yang digunakan adalah *intermediate crossover*. *Intermediate crossover* adalah rekombinasi yang paling umum digunakan. Kedua anak dihasilkan berdasarkan rumus [3]:

$$\begin{matrix} \text{Anak 1} & : & p_1 + \alpha(p_2 - p_1) \\ \text{Anak 2} & : & p_2 + \alpha(p_1 - p_2) \end{matrix} \quad (2-20)$$

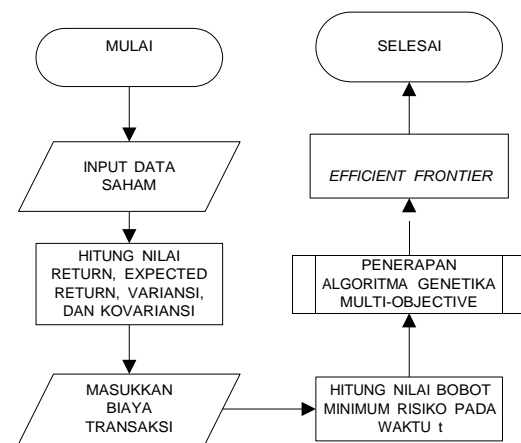
$p$  adalah orangtua dan  $0 \leq \alpha \leq 1$  merupakan parameter yang bisa dibuat konstan, atau ditentukan secara acak pada setiap saat.

f. *Mutasi*

Mutasi merupakan proses pergantian suatu gen dalam individu dengan menggunakan

probabilitas mutasi ( $p_m$ ). Untuk setiap gen dalam suatu individu akan dibangkitkan suatu bilangan acak antara 0-1, apabila bilangan acak melebihi  $p_m$  yang ditentukan, maka gen pada posisi tersebut akan mengalami mutasi. Pada tugas akhir ini mutasi yang digunakan adalah *swap mutation*. *Swap mutation* dilakukan dengan menentukan jumlah kromosom yang akan mengalami mutasi dalam satu populasi melalui parameter *mutation rate* ( $p_m$ ) dimana proses mutasi dilakukan dengan cara menukar gen yang telah dipilih secara acak dengan gen sesudahnya [3].

3. Perancangan Sistem



Gambar 3.2 Alur algoritma genetika *multi-objective*

1. *Input Data*

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data saham LQ45 yang merupakan data close price 6 januari 2011 sampai dengan 6 januari 2013, dan dapat diunduh pada situs <http://finance.yahoo.com>. Berikut ini adalah data 45 saham pilihan yang terdaftar dalam LQ45.

Tabel 3.1 Data Saham LQ45

No	Emiten	Kode
1	Adaro Energy Tbk	ADRO
2	AKR Corporindo Tbk	AKRA
3	Alam Sutera Tbk	ASRI
4	Astra Internasional Tbk	ASII
5	Astra Agro Lestari Tbk	AALI
6	Bank Central Asia Tbk	BBCA
7	Bhakti Investama Tbk	BHIT
8	Bank Nasional Indonesia (Persero) Tbk	BBNI
9	Bank Rakyat Indonesia Tbk	BBRI



10	Bank Tabungan Negara(Persero) Tbk	BBTN
11	Bumi Resources Tbk	BUMI
12	Bumi Serpong Tbk	BSDE
13	BW Plantation Tbk	BWPT
14	Chareon Pokphand Tbk	CPIN
15	Bank Danamon Tbk	BDMN
16	Global Mediacom Tbk	BMTR
17	Gudang Garam Tbk	GGRM
18	Harum Energi Tbk	HRUM
19	Holcim Indonesia Tbk	SMCB
20	Indo Tambangraya Megah Tbk	INTM
21	Indocement Tunggal Prakarsa Tbk	INTP
22	Indofood CBP Sukses Makmur Tbk	ICBP
23	Indofood Sukses Makmur Tbk	INDF
24	Indomobil Sukses Tbk	IMAS
25	Jasa Marga (Persero) Tbk	JSMR
26	Kalbe Farma Tbk	KLBF
27	Lippo Karawaci Tbk	LPKR
28	London Sumatra Indonesia Tbk	LSIP
29	Malindo Feedmill Tbk	MAIN
30	Bank Mandiri (Persero) Tbk	BMRI
31	Media Nusantara Citra Tbk	MNCN
32	Mitra Adiperkasa Tbk	MAPI
33	Multipolar Tbk	MLPL
34	Pakuwon Jati Tbk	PWON
35	Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk	PGAS
36	Semen Indonesia (Persero) Tbk	SMGR
37	Sentul City Tbk	BKSL
38	Surya Semesta Internusa Tbk	SSIA
39	Tambang Batubara Bukit Asam (Persero) Tbk	PTBA
40	Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk	TLKM
41	Unilever Tbk	UNVR
42	United Tractors Tbk	UNTR
43	Vale Indonesia Tbk	INCO
44	Wijaya Karya (Persero) Tbk	WIKA
45	XL Axiata Tbk	EXCL

**2. Menghitung Return, Expected Return, Variansi, dan Kovariansi saham**

Persamaan yang digunakan untuk perhitungan pada step ini telah dijelaskan pada bab sebelumnya, dan persamaan yang dipakai untuk menghitung adalah *return* persamaan (1), *expected return* pada persamaan (2), variansi dan matriks kovariansi.

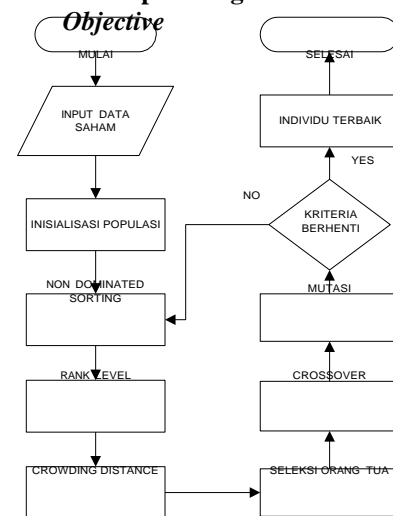
**3. Biaya Transaksi**

Setelah perhitungan *return, expected return*, variansi, dan kovariansi selanjutnya memasukkan biaya transaksi. Biaya transaksi yang dibebankan kepada investor pada tugas akhir ini adalah 0.25% untuk pembelian saham dan 0.25% untuk penjualan saham.

**4. Menghitung Minimum Risiko Pada Waktu t**

Perhitungan bobot minimum resiko pada waktu t bisa dilakukan menggunakan rumus pada persamaan (13).

**5. Penerapan Algoritma Genetika Multi-Objective**



Gambar 3.2 Alur algoritma genetika *multi-objective*

a) Inisialisasi populasi

Pada tahap awal algoritma genetika, hal pertama dilakukan adalah menginisialisasi jumlah populasi dalam satu generasi. Representasi individu berbentuk *real*. Satu kromosom dalam individu merepresentasikan bobot-bobot pada saham dengan *constraint*  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ .

b) *Non dominated sorting*

Pada tahap ini semua individu yang telah dibangkitkan kemudian akan diurutkan dengan menggunakan *non-dominated sorting*.

c) *Rank level* dan representasi nilai fitness

Perangkingan individu dengan nilai *rank* kecil atau sama dengan 1 merupakan individu terbaik atau dikatakan sebagai individu dengan fitness terbaik.

d) *Crowding distance*

Setelah nilai-nilai *rank* didapatkan, proses selanjutnya adalah menghitung nilai *crowding distance* pada setiap solusi yang diperoleh.

- e) Seleksi orang tua, *crossover* dan mutasi  
 Seleksi orang tua yang digunakan adalah *binary tournament selection* dengan dua kriteria *tournament* yaitu nilai *rank* dan *crowding distance*. Setelah mendapatkan orang tua

kemudian dilakukan pindah silang dengan menggunakan *intermediate crossover* untuk membentuk individu baru. Proses selanjutnya adalah mutasi yaitu dengan menggunakan *swap mutation* dengan peluang mutasi  $P_m$ . Populasi baru berisikan individu-individu hasil dari proses *crossover* dan mutasi.

- f) Keluarkan individu terbaik  
 Apabila jumlah generasi yang ditetapkan sudah tercapai, maka kondisi berhenti dan akan dikeluarkan individu-individu terbaik yang berupa bobot-bobot saham dalam portofolio.

Setelah melakukan implementasi sistem selanjutnya dilakukan pengujian kinerja algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II. Pengujian kinerja dilakukan dengan membandingkan seberapa dekat solusi yang dihasilkan dari algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II yang telah dimasukkan biaya transaksi dengan solusi dari metode pembandingan yaitu *mean variance*. *Mean Variance* digunakan sebagai metode yang umumnya digunakan untuk menyelesaikan permasalahan portofolio sehingga dapat menjadi suatu pembandingan dalam tugas akhir ini. Proses-proses membandingkan kedua metode tersebut adalah:

- Jumlah Saham  
 Input berupa jumlah saham yang dilakukan secara manual sesuai dengan yang diinginkan oleh investor.
- Perhitungan  $\sigma_i$  dan  $\sigma_{(G)}$ 
  - i. Pada Algoritma Genetika *Multi-objective* NSGA-II, nilai  $\sigma_i$  didapatkan berdasarkan rumus fungsi objektif dual ( $\sigma_i$ ) yaitu:
 
$$\sigma_i = \frac{1}{\sigma_i + 1} \quad (3-1)$$
  - ii. Pada metode *Mean Variance*, nilai  $\sigma_i$  diapat dari algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II dan untuk menghitung  $\sigma_{(G)}$  menggunakan konsep (2-11).

- g) Perhitungan Galat

Pada tahap ini akan dilakukan perhitungan nilai galat. Nilai galat didapat dari nilai  $\sigma_i$  Algoritma Genetika *multi-objective* NSGA-II dan nilai  $\sigma_{(G)}$  dari *Mean variance*. Perhitungan nilai galat dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Jumlah Galat} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{(\sigma_i^{(N)} - \sigma_{(G)})}{\sigma_{(MV)}} \right|$$

Keterangan:

- $\sigma_i^{(N)}$  : Risiko dari i sampai ke n populasi dari metode algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II.
- $\sigma_{(MV)}$  : Risiko dari i sampai ke n populasi dari metode *Mean-variance*.

#### 4. Analisis Hasil Pengujian

Tujuan dilakukan pengujian pada tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- Mengetahui pengaruh jumlah saham terhadap galat yang didapat dari nilai  $\sigma_i$  Algoritma genetika dan  $\sigma_{(G)}$  *Mean variance*.
- Mengetahui manakah probabilitas mutasi yang lebih baik untuk digunakan, yaitu 0.01, 0.2, atau 0.3 dengan probabilitas *crossover* berturut-turut 0.99, 0.8, dan 0.7 terhadap pengaruh rata-rata galat.
- Mengetahui strategi investasi yang baik melalui portofolio yang optimal.
- Mengetahui perubahan portofolio mean variance dan portofolio menggunakan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II setelah dimasukkan biaya transaksi.

##### 4.1. Analisis Rata-Rata Galat

Jumlah Saham	Galat			Rata-Rata Galat
	Running ke-1	Running ke-2	Running ke-3	
3	1.0574	1.5824	1.442	1.3606
4	4.3864	4.2145	5.6902	4.7637
5	6.5246	8.3209	6.0483	6.9646
6	9.5078	9.4332	9.4639	9.4683
7	13.0989	13.0435	13.0689	13.07043
8	12.5987	14.099	14.5934	13.7637
9	16.3989	12.4502	16.0485	14.96587
10	19.4556	18.0948	19.2058	18.91873

Tabel 4.1 Rata-Rata Galat Percobaan 1

Probabilitas mutasi ( $P_m$ ) yang digunakan pada Tabel 4.1 yaitu 0.1 dan probabilitas

*crossover* 0.99, peluang untuk dilakukan mutasi pada gen-gen sangat kecil. Dapat dilihat bahwa untuk setiap *running* yang dilakukan pada beberapa saham memberikan hasil yang cukup stabil. Terdapat kenaikan galat ketika jumlah sahamnya bertambah. Hasil random bobot algoritma genetika juga berpengaruh terhadap galat, apabila bobot yang dihasilkan tidak jauh berbeda dengan bobot aktual *mean-variance*, maka galat yang dihasilkan semakin kecil dan akurasinya semakin besar.

Jumlah Saham	Galat			Rata-Rata Galat
	Running ke-1	Running ke-2	Running ke-3	
3	9.5908	9.3478	8.4996	9.146067
4	11.6789	14.3216	11.7894	12.59663
5	11.6097	13.9062	14.6098	13.37523
6	13.1049	18.4578	13.5668	15.04317
7	14.8088	14.5098	14.4402	14.58627
8	18.0302	19.4689	18.6234	18.7075
9	26.6689	22.8804	20.6036	23.3843
10	39.1353	28.7204	30.7392	32.86497

Tabel 4.2 Rata-Rata Galat Percobaan 2

Dari Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa untuk setiap *running* yang dilakukan pada beberapa saham memberikan hasil yang tidak stabil. Terdapat kenaikan galat ketika jumlah sahamnya bertambah. Hasil random bobot algoritma genetika juga berpengaruh terhadap galat, apabila bobot yang dihasilkan tidak jauh berbeda dengan bobot aktual *mean-variance*, maka galat yang dihasilkan semakin kecil dan akurasinya semakin besar.

Pada skenario 2 probabilitas mutasi ( $P_m$ ) yang digunakan yaitu 0.2 dan probabilitas *crossover* 0.8, peluang untuk dilakukan mutasi pada gen-gen tidak terlalu kecil.

Jumlah Saham	Galat			Rata-Rata Galat
	Running ke-1	Running ke-2	Running ke-3	
3	14.5885	16.9885	14.6234	15.40013
4	16.5998	19.1907	16.4664	17.41897
5	18.7948	15.9052	14.6348	16.44493
6	18.1027	18.1121	19.0261	18.41363
7	21.4574	22.6498	18.9995	21.03557
8	24.6702	19.1422	19.6039	21.13877
9	19.8322	22.4888	18.0927	20.1379

10	35.2067	36.8497	31.7498	34.60207
----	---------	---------	---------	----------

Tabel 4.3 Rata-Rata Galat Percobaan 3

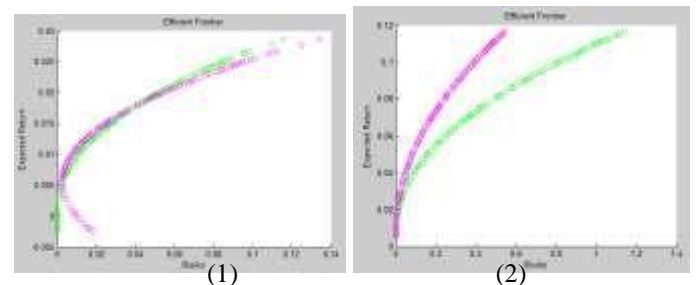
Dari Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa untuk setiap *running* yang dilakukan pada beberapa saham memberikan hasil yang berbeda. Akan tetapi, terdapat kenaikan galat ketika jumlah sahamnya bertambah. Hasil random bobot algoritma genetika juga berpengaruh terhadap galat, apabila bobot yang dihasilkan tidak jauh berbeda dengan bobot aktual *mean-variance*, maka galat yang dihasilkan semakin kecil dan akurasinya semakin besar.

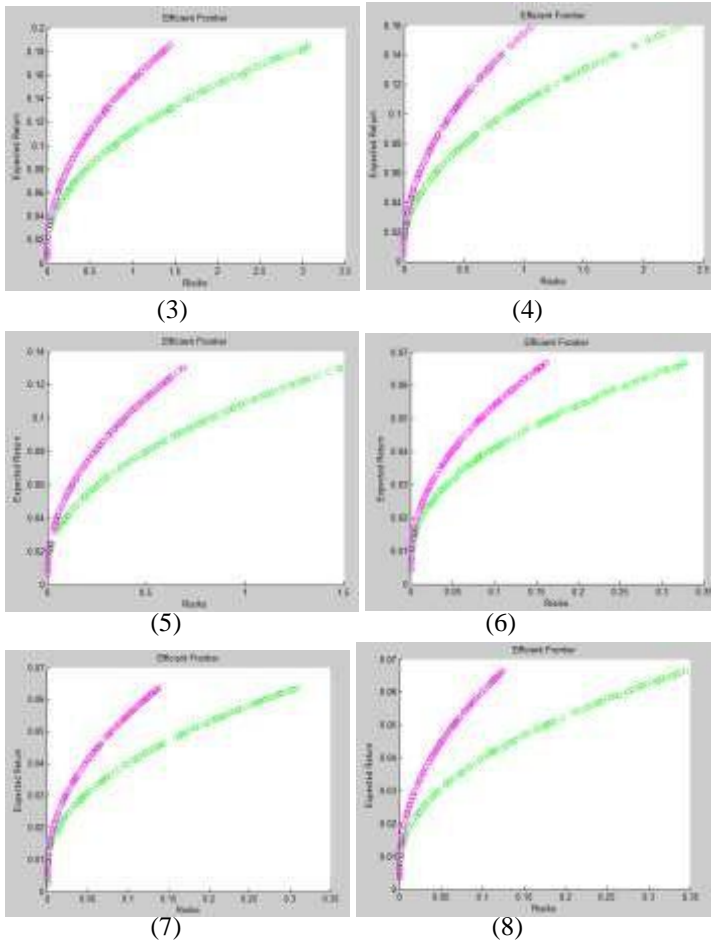
Pada skenario 3 probabilitas mutasi ( $P_m$ ) yang digunakan yaitu 0.3 dan probabilitas *crossover* 0.7, hal itu menunjukkan bahwa peluang untuk dilakukan mutasi pada gen-gen tidak kecil, oleh karena itu hasil nilai galat dari 100 populasi yang didapat cukup besar dan tidak stabil dibandingkan galat pada mutasi skenario 1 dan skenario 2.

Hasil pengujian dengan menggunakan parameter probabilitas mutasi ( $P_m$ ) 0.01, 0.2, dan 0.3 pada penerapan Algoritma Genetika NSGA-II dengan banyak generasi 100, ukuran populasi 100, dan probabilitas *crossover* ( $P_c$ ) 0.99 diperoleh parameter probabilitas mutasi 0.01 lebih baik dibandingkan dengan probabilitas mutasi 0.2 dan 0.3 dilihat dari nilai *galat* yang dihasilkan.

#### 4.2 Hasil dan Analisis *Efficient Frontier*

Keluaran yang dihasilkan dari Algoritma Genetika *Multi-objective* NSGA-II yaitu berupa solusi-solusi yang terbentuk dalam *efficient frontier*. Hasil dari pengujian yang telah dilakukan probabilitas mutasi yang terpilih adalah 0.01 dengan probabilitas *crossover* 0.99. Berikut hasil *efficient frontier* probabilitas mutasi 0.01 dan probabilitas *crossover* 0.99 :





Gambar 4.1 *Efficient Frontier*: (1) 3 Saham, (2) 4 Saham, (3) 5 Saham, (4) 6 Saham, (5) 7 Saham, (6) 8 Saham, (7) 9 Saham, (8) 10 Saham

Hasil grafik *efficient frontier* dari 3 skenario diatas merupakan hasil dari penerapan metode *mean-variance* dan algoritma genetika *multi-objective* NSGA-II. Dalam satu grafik terdapat dua garis *efficient frontier*, yaitu garis berwarna ungu yang menyatakan solusi dari NSGA-II dan garis berwarna hijau menyatakan solusi dari *Mean variance*. Sumbu x merupakan fungsi objective 1 yang menyatakan nilai risiko ( $\sigma_{mv}$ ), dan sumbu y merupakan fungsi 2 yang menyatakan nilai *expected return* ( $\mu_{mv}$ ).

Pada grafik *efficient frontier* beberapa informasi dapat diketahui bahwa garis *efficient frontier* menggambarkan garis yang efisien yaitu dengan tingkat nilai risiko yang sama terdapat *return* yang lebih besar. Dari grafik *efficient frontier* dapat dilihat bahwa ketika nilai risiko portofolio kecil maka nilai *expected return* kecil, demikian juga ketika nilai risiko meningkat maka *expected return* juga meningkat sesuai dengan konsep portofolio yang memiliki tujuan yang saling *trade-off*.

Penambahan biaya transaksi juga berpengaruh terhadap perubahan portofolio, hal ini dikarenakan pada portofolio *mean variance* yang belum dimasukkan biaya transaksi diasumsikan tidak terdapat transaksi jual ataupun beli saham sehingga tidak mengalami pengurangan nilai *expected return*.

Penambahan jumlah saham sangat berpengaruh terhadap konvergensi antara NSGA-II dan *mean variance*, apabila jumlah saham semakin banyak maka semakin sulit konvergensinya dan solusi yang dihasilkan antara NSGA-II dan *mean variance* akan menjauh.

## 5. Kesimpulan dan Saran

### 5.1. Kesimpulan

Hasil analisis implementasi dan pengujian sistem Algoritma Genetika NSGA-II dan metode *Mean variance*, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Hasil pengujian dengan menggunakan parameter probabilitas mutasi ( $P_m$ ) 0.01, 0.2, dan 0.3 pada penerapan Algoritma Genetika NSGA-II dengan banyak generasi 100, ukuran populasi 100, dan probabilitas *crossover* ( $P_c$ ) 0.99 diperoleh parameter probabilitas mutasi 0.01 lebih baik dibandingkan dengan probabilitas mutasi 0.2 dan 0.3 dilihat dari nilai *galat* yang dihasilkan.
2. Jumlah saham berpengaruh terhadap konvergensi Algoritma Genetika NSGA-II.
3. Memasukkan biaya transaksi ke dalam portofolio berpengaruh terhadap hasil *expected return* portofolio.

### 5.2 Saran

1. Memperbanyak skenario pengujian dan proses running pada setiap percobaan agar didapatkan hasil yang lebih baik.

## 6. Daftar Pustaka

- [1] Badan Pengawas Pasar Modal. (2013, October 18). Reksa Dana Indeks RHB OSK LQ45 Tracker. *Pembaharuan Prospektus Reksa Dana Indeks RHB OSK LQ45 Tracker*.
- [2] Almgren, Robert., Chriss, Neil. (2000, December). *Optimal Execution of Execution Transaction*.
- [3] Suyanto, *Evolutionary Computation Komputasi Berbasis "Evolusi" dan "Genetika"*, Bandung: Informatika, 2008.

- [4] Xia, Yusen., Shouyang, Wang., Xiaotie, Deng. (2000, October). Compromise Solution to Mutual Funds Portofolio Selection with Transaction Costs. *European Journal of Operational Research* 134 (2001) 564-581.
- [5] Deb, K., 2001, Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. New York : John Wiley & Son, Inc.
- [6] Marling, Hannes., Emanuelsson, Sara. (November, 2012). The Markowitz Portofolio Optimization.
- [7] Abraham, A., Jain, L., & Goldberg, R., (2005) Evolutionary multiobjective optimization: *Theoretical Advances and Applications*. London: Springer.
- [8] Man K. F., Tang K. S., and S. Kwong. (October. 1996). Genetic Algorithms: Concepts and Applications.
- [9] Sudaryanto, B. (2001). Pemilihan Portofolio Optimal Index Saham LQ45 di Bursa Efek Jakarta. Semarang: Universitas Diponegoro.
- [10] Priyatna, Y., & Sukono, F. (2003). Optimasi Portofolio Investasi Dengan Menggunakan Model Markowitz. *Jurnal Matematika dan Komputer*, Vol. 6. No.1.
- [11] Widjajanto, Johannes. (2009). PHK Dan Pensiun Dini, Siapa Takut?. Jakarta: Penebar Swadaya.
- [12] Sanggup, Irma P., Satyahadewi, Neva., & Sulistianingsih, Dewi (2014). Perhitungan Nilai Ekspektasi *Return* dan Risiko Dari Portofolio Dengan Menggunakan *Mean-Variance Efficient Portfolio*.
- [13] Deb, K, Pratap, A, Argawal , S, & Meyarivan, T, 2002, A fast elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Trans Evol Comput*, 182-97.