Value-at-Risk Pada Portofolio Berbasis Model Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastik dan Copula

Erick Anugrah Prihananta
Program Studi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung
erickanugrah20@gmail.com

June 28, 2016

Abstrak

Pengukuran risiko menjadi kajian penting karena seringkali berhubungan dengan investasi yang cukup besar dan tidak jarang berkaitan dengan dana publik. Risiko berkaitan erat dengan data time series, Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (GARCH) digunakan untuk memodelkan variansi data yang bergerak terhadap waktu (volatilitas). Value-at-Risk (VaR) ditentukan dengan melibatkan Copula sebagai fungsi distribusi gabungan dua peubah acak. Pendekatan Copula bertujuan untuk menangkap perilaku struktur kebergantungan dua aset. Pada Tugas Akhir ini, ditentukan nilai VaR pada portofolio dua aset dari indeks saham Honda dan Toyota. Penentuan VaR didasarkan pada model GARCH dan Copula. Kemudian diperoleh hasil parameter Copula Gaussian yang melibatkan GARCH sebagai syarat distribusi marginal untuk melihat dependensi Copula terhadap data. Menurut hasil itu, dapat diperoleh hasil nilai VaR portfolio yang mendekati dengan tingkat kepercayaan yang digunakan. Berdasarkan hasil VaR portofolio menggunakan GARCH Copula terdapat mean error sebesar 10 data. Selain dengan GARCH Copula, dicari juga menggunakan historical simulation dengan mendapatkan mean error sebesar 59 data. Oleh karena itu, GARCH Copula lebih representatif dan menjadikan alternatif yang baik dalam menentukan nilai VaR portofolio.

Kata kunci: Value-at-Risk, GARCH, Copula, Volatilitas

1 Pendahuluan

Risiko dapat diartikan sebagai suatu peluang terjadinya kerugian. Alat ukur untuk mengestimasi risiko kerugian adalah standar deviasi, Value-at-Risk(VaR) dan expected shortfall (ES). Salah satu metode yang populer digunakan saat ini adalah Value-at-Risk(VaR).

Metode VaR yang umum digunakan adalah variance-covariance, historical simulation dan simulasi Monte Carlo, yang sering disebut sebagai metode tradisional. Metode tradisional ini umumnya digunakan untuk penentuan VaR pada satu aset. Untuk penentuan VaR pada portofolio, metode tradisional menjadi tidak relevan, karena tidak mempertimbangkan kebergantungan antar aset-aset penyusun portofolio. Pada Tugas Akhir ini Copula dilibatkan untuk menghitung VaR pada portofolio. Copula bertujuan untuk mengamati perilaku kebergantungan antar aset-aset portofolio. Menurut itu saat terdapat pergerakan kenaikan nilai pada satu aset portofolio maka aset portofolio yang lain juga mengalami kenaikan dan saat satu aset portofolio mengalami penurunan maka aset portofolio yang lain juga mengalami penurunan, begitu juga berlaku pada kombinasinya.

Salah satu metode Copula yang sering digunakan peneliti adalah metode GARCH-Copula, karena GARCH mampu mengatasi volatilitas yang tinggi dan rendah pada data. Volatilitas adalah variansi data yang bergerak terhadap waktu. Oleh karena itu, penjelasan tentang pendekatan metode GARCH dan Copula yang digabungkan menjadi pilihan alternatif untuk menentukan Value-at-Risk(VaR).

Penelitian tentang ukuran risiko dengan GARCH dan Copula menggunakan model campuran Copula bersyarat GARCH multivariat untuk menentukan VaR portofolio pernah dilakukan oleh Palaro dan Hotta [6]. Penelitian menurut referensi Ozun dan Cifter[5], mendiskusikan tentang pengaplikasian Copula untuk estimasi VaR di dalam Portofolio. Kemudian penelitian yang dilakukan dalam Tugas

Akhir ini adalah menentukan nilai VaR portofolio dua aset dari saham Honda dan Toyota menggunakan metode gabungan GARCH-Copula dengan dibandingkan menggunakan metode tanpa Copula.

2 Tinjauan Pustaka

2.1 Saham

Saham adalah surat berharga yang menunjukkan bagian kepemilikan atas suatu perusahaan. Saham digunakan sebagai salah satu alternatif media investasi yang memiliki potensi tingkat keuntungan dan kerugian yang lebih besar dibandingan media investasi lainnya. Bentuk saham berupa lembaran kertas untuk diinvestasikan ke perusahaan yang dipilih, jadi sama halnya dengan menabung dibank, setiap kali kita menabung maka mendapatkan slip yang menjelaskan bahwa kita telah menyetor sejumlah uang.

2.2 Teori Return

Return merupakan tingkat pengembalian yang diperoleh dari suatu investasi. Return bisa memiliki nilai positif yang disebut capital gain dan bisa juga bernilai negatif disebut capital loss. Menurut referensi [7], investor berpendapat bahwa return adalah ringkasan investasi dengan skala yang lebih lengkap dibanding harga. Kedua, return lebih mudah ditangani dibanding harga karena lebih didekati dengan sifat-sifat statistik.

$$R_t = 100 * \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{1}$$

dimana P_t adalah harga saham hari ini dan P_{t-1} harga saham kemarin. Kemudian R_t adalah nilai return yang didapatkan setelah diubah dalam logaritma normal.

2.3 Model GARCH (1,0)

Menurut referensi[9], GARCH merupakan model yang dapat mengakomodir perubahan perilaku volatilitas. Volatilitas adalah perubahan variansi terhadap waktu. Model GARCH dirumuskan sebagai berikut:

$$x_t = \mu + a_t \tag{2}$$

$$a_t = \sigma_t \, {}_t \tag{3}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \tag{4}$$

$$P(X_{t+1} \le x \mid \Omega_t) = P(a_{t+1} \le (x - \mu) \mid \Omega_t) \tag{5}$$

$$= P\left({}_{t+1} \le \frac{(x-\mu)}{\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 a_t^2}} \mid \Omega_t \right) \tag{6}$$

$$= N\left({}_{t+1} \le \frac{(x-\mu)}{\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 a_t^2}} \mid \Omega_t \right) \tag{7}$$

$$\sim N(0, 1) \tag{8}$$

2.4 Ukuran Asosiasi

2.4.1 Korelasi Pearson

Menurut korelasi Pearson, bahwa memperoleh sebuah data yang diberikan secara acak dan berbentuk peluang dapat menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$r = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{(Var(X))}\sqrt{(var(Y))}} \tag{9}$$

$$\hat{r} = r \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sqrt{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}\sqrt{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}} \tag{10}$$

Beberapa hal yang harus dipenuhi oleh peubah acak X dan Y ketika kita menggunakan ukuran asosiasi koefisien korelasi Pearson, yaitu:

1. Peubah acak X dan Y memiliki distribusi bi-

Menggunakan metode GARCH(1,0) dapat menentukan nilai volatilitas dari data yang digunakan, maka dilakukan persamaan menggunakan pendekatan metode MLE untuk pengamatan dengan data X_1, X_2, ..., X_t agar mendapatkan distribusi marginal bersyarat X_{t+1} yang definisikan dibawah ini:

variat normal

2. Masing-masing peubah acak X dan Y berdistribusi normal

3. X dan Y mempunyai variansi berhingga

2.5 Metode Copula

Metode Copula adalah media untuk mengamati perilaku kebergantungan dengan fokus pada dua peubah acak serta menunjukkan ukuran kebergantungan yang sesuai dengan data. Ukuran kebergantungan pada Copula dinyatakan dengan skala kuantil, hal ini berguna untuk mengetahui kebergantungan dalam hubungannya dengan manajemen risiko, utamanya perhitungan ukuran risiko. Copula sendiri berawal dari teori Sklar yang berkembang menjadi Copula. Copula yang sering digunakan yaitu Gaussian Copula, Student t Copula dan Archimedean Copula. Copula bermanfaat dalam bidang keuangan, aktuaria, kesehatan dan mulai diperkenalkan di bidang yang lainnya.

2.5.1 Teori Sklar

Teori Sklar menjadi dasar berkembangnya Copula saat ini [1]. Teori Sklar memiliki hubungan antara fungsi distribusi bivariat yang sudah dijelaskan sebelumnya 2.5, maka dibawah akan menjelaskan hubungan antara keduanya

$$H_{X,Y} = C(F_X(x), G_Y(y)) = C(u, v) \quad (11)$$

Menurut hubungan teori diatas dapat diturunkan terhadap fungsi peluang bivariat sebagai berikut:

$$h_{X,Y}(x, y) = \frac{\partial^2 H_{X,Y}(x, y)}{\partial_x \partial_y} \quad (12)$$

$$= \frac{\partial^2 C(F_X(x), G_Y(y))}{\partial_x \partial_y} \quad (13)$$

$$= f_X(x) g_Y(y) \frac{\partial^2 C(F_X(x), G_Y(y))}{\partial F_X(x) \partial G_Y(y)} \quad (14)$$

$$= f_X(x) g_Y(y) c(u, v) \quad (15)$$

Persamaan c(u,v) menyatakan copula density.

2.5.2 Copula Gaussian

Copula Gaussian adalah Copula dari multivariat berdistribusi normal yang didefinisikan sebagai berikut.

$$C_R^{Gauss}(u) = \Phi_R \; \Phi^{-1}(u_1), \ldots, \Phi^{-1}(u_d)$$

Berdasarkan φ_R adalah distribusi gabungan normal dari standar multivariat dengan koefisien korelasi θ, Φ menjadikan fungsi distribusi normal standar.

2.6 Value-at-Risk(VaR)

Value-at-Risk(VaR) didefinisikan sebagai kerugian terbesar yang mungkin terjadi dan masih dapat ditolerir pada suatu investasi dalam kurun waktu tertentu dengan suatu tingkat kepercayaan. Secara umum VaR digunakan untuk mengukur risiko pasar dan portofolio.

$$v_{1-\alpha}(Y) = F_Y^{-1}(1 - \alpha) \quad (16)$$

dengan $v_{1-\alpha}$ adalah VaR pada tingkat kepercayaan $1 - \alpha$ dan F^{-1} merupakan invers dari fungsi distribusi F.

2.7 VaR Violation

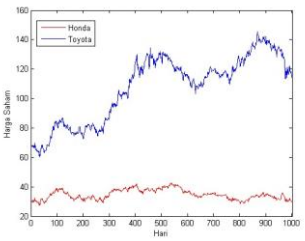
dengan melihat jumlah banyaknya data yang melewati ekspetasi kerugian sesuai tingkat kepercayaannya. VaR Violation didefnisikan sebagai:

$$\eta_t = \begin{cases} 1 & z > VaR_{1-\alpha} \\ 0 & z < VaR_{1-\alpha} \end{cases} \quad (17)$$

Dimana $VaR_{1-\alpha}$ adalah prediksi VaR saat n+1 dan z merupakan return portofolio. Sedangkan η_t bernilai satu setiap z melebihi $VaR_{1-\alpha}$ yang kemudian dihitung jumlah pelanggarannya.

3 Perancangan Sistem

3.1 Analisis Data



VaR Violation merupakan metode evaluasi VaR yang dikemukakan oleh [10]. Proporsi VaR violation adalah metode penentuan keakuratan VaR

Figure 1: Harga Indeks Saham Honda dan Toyota

Data dalam penelitian ini menggunakan data sekunder dari Yahoo finance. Data yang dipilih adalah saham Honda dan Toyota berdasarkan observasi tanggal 10 Juli 2011 sampai dengan 30 September 2015 dengan jumlah 1000 data.

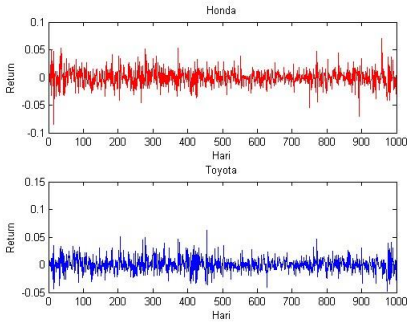


Figure 2: Nilai return Honda dan Toyota

Menurut data korelasi menunjukkan ketergantungan antar asetnya kuat, karena scatter membentuk linier dan berkumpul pada satu tempat dengan nilai korelasi= 0.9676.

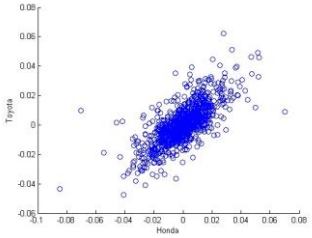


Figure 3: Scatter nilai Korelasi Honda dan Toyota

3.2 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif merupakan metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu data sehingga memberikan informasi yang berguna.

Table 1: Hasil Statistika Deskriptif

Variabel	Honda	Toyota
Min	-0.0849	-0.0476
Max	0.0704	0.0621
Mean	0.000003	0.000546
Standar deviasi	0.015	0.013
Skewness	-0.069	0.272
Kurtosis	2.326	1.355

Menurut tabel 3.1 diperoleh nilai terkecil -0.0849 pada Honda dan -0.0476 pada Toyota, sebaliknya didapatkan nilai terbesar 0.0704 pada Honda dan 0.0621 pada Toyota. Kurtosis dari distribusi normal sama dengan tiga, berarti kurtosis yang tidak sama dengan tiga cenderung diluar distribusi normal. Kemudian dari nilai skewness mempunyai kemiringan

3.3 Alur Sistem Perancangan

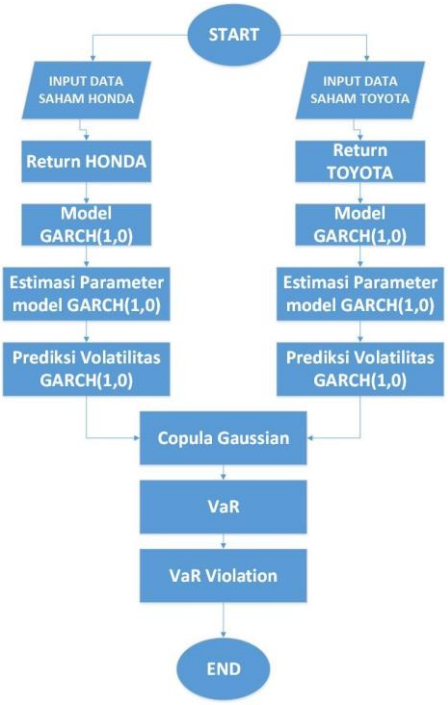


Figure 4: Alur Sistem Kerja

4 Implementasi Hasil

4.1 Nilai Parameter Likelihood Model GARCH(1,0)

Pada bab ini membahas nilai parameter yang diperoleh dari perhitungan MLE untuk mencari $\hat{\alpha}_1$ dan $\hat{\alpha}_0$.

Table 2: Parameter GARCH(1,0)

Saham	Honda	Toyota
$\hat{\alpha}_0$	0.00002216	0.00001559
$\hat{\alpha}_1$	0.0233	0.1262

Menurut tabel 2, diperoleh nilai $\hat{\alpha}_1$ dan $\hat{\alpha}_0$ dari data Honda dan Toyota yang kemudian dimasukkan dalam persamaan GARCH(1,0).

$$x_t = a_t \tag{18}$$

$$a_t = \sigma_t \, {}_t \tag{19}$$

$$\sigma^2 \qquad {}^2$$

$$_t(\text{H onda}) = 0.00002216 + 0.0233(a_{t-1}) \tag{20}$$

$$y_t = b_t \tag{21}$$

$$b_t = \sigma_t \, {}_t \tag{22}$$

$$\sigma^2 \qquad {}^2$$

negatif berarti mempunyai ekor lebih panjang ke kiri,maka nilai skewness tidak berdistribusi normal. Selain dari nilai statistika deskriptif.

$$_{t}(\text{Toyota}) = 0.00001559 + 0.1262(b_{t-1}) \quad (23)$$

Berdasarkan persamaan diatas dapat diperoleh nilai volatilitas GARCH(1,0). Kemudian dalam

menghubungkan ke Copula Gaussian dibutuhkan nilai σ_t, maka persamaan GARCH(1,0) menjadi

$$x_t = a_t \quad (24)$$

$$a_t = \sigma_t \, \varepsilon_t \quad (25)$$

$$\sigma_t(\text{Honda}) = 0.00002216 + 0.0233(a_{t-1}^2) \quad (26)$$

$$y_t = b_t \quad (27)$$

$$b_t = \sigma_t \, \varepsilon_t \quad (28)$$

$$\sigma_t(\text{Toyota}) = 0.00001559 + 0.1262(b_{t-1}^2) \quad (29)$$

4.2 Model Copula

Setelah mendapatkan volatilitas dari estimasi model GARCH(1,0), maka dapat dicari nilai u dan v dengan menentukan cumulative distribution function (cdf) dari return Honda dan Toyota.

$$u = \frac{x}{\sigma_x} \quad (30)$$

$$v = \frac{y}{\sigma_y} \quad (31)$$

$$C(u, v) = \Phi_{0.73}\ \Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v) \quad (32)$$

Setelah mendapatkan parameter Copula Gaussian, maka dibangkitkan data untuk mengetahui struktur kebergantungannya. Data yang dibangkitkan menggunakan Copula Gaussian dengan data acak.

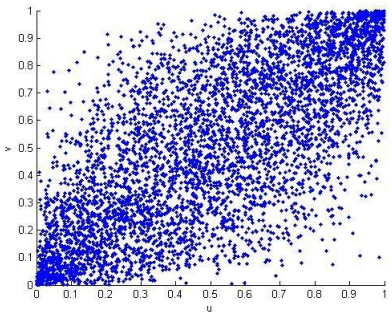


Figure 5: Model Copula Gaussian berdasarkan data yang dibangkitkan

4.3 VaR dan VaR Violation

Pendekatan Copula Gaussian di bab 4.2 mampu menunjukkan kebergantungan data, maka selanjutnya dicari nilai Value-at-Risk dengan menggunakan tingkat kepercayaan 90%, 95% dan 99%. Untuk membuktikan Copula Gaussian lebih baik dari metode tradisional dalam menentukan VaR, maka dibandingkan metode historical simulation dengan tingkat kepercayaan yang sama. Hasil dari Copula Gaussian dan historical simulation dapat dilihat dari nilai VaR yang tidak melewati return portofolio dengan tingkat kepercayaan α yang ditentukan.

Table 3: Number of violation Value-at-Risk

Banyaknya periode	1000			
α	10%	5%	1%	error
Expected number of violations	100	50	10	
GARCH-Copula	100	43	7	10
HS	64	29	8	59

Berdasarkan tabel 3, dapat diketahui selisih error expected violations terhadap VaR GARCH-Copula dan historical simulation dengan mean error menggunakan GARCH-Copula lebih sedikit daripada

Selanjutnya data tersebut dapat didekati dengan Copula Gaussian pada gambar 5, maka dilakukan penentuan nilai VaR portofolio.

menggunakan historical simulation. Oleh sebab itu, menggunakan GARCH-Copula mampu menjadi al- ternatif yang baik dalam penentuan VaR portofolio. Selain dari tabel 4.4 dapat kita lihat juga berdasar- kan grafik hasilnya seperti di bawah:

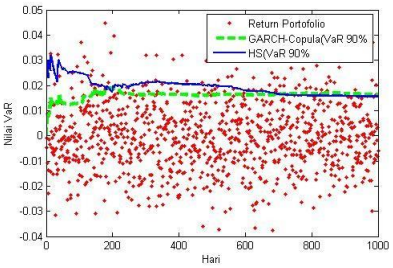


Figure 6: VaR pada tingkat kepercayaan 90%

Menurut gambar 6, pada return porto- folio(merah) ditentukan nilai VaR dengan tingkat kepercayaan 90% menggunakan GARCH- Copula(hijau) dan historical simulation (biru), maka VaR yang diperoleh pada GARCH-Copula dapat mengantisipasi risiko kerugian lebih baik dengan menunjukkan pergerakan yang stabil menurut grafik.

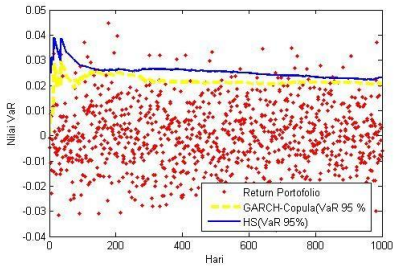


Figure 7: VaR pada tingkat kepercayaan 95%

Menurut gambar 7, pada return portofolio(merah) ditentukan nilai VaR dengan tingkat kepercayaan 95% menggunakan GARCH-Copula(kuning) dan historical simulation (biru), maka VaR yang diperoleh pada GARCH-Copula dapat mengantisipasi risiko kerugian lebih baik dengan menunjukkan pergerakan yang stabil menurut grafik.

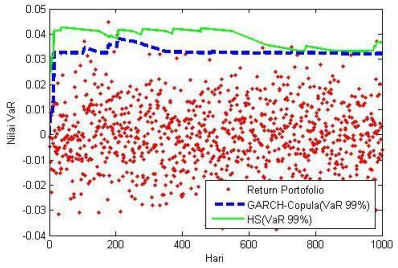


Figure 8: VaR pada tingkat kepercayaan 99%

Menurut gambar 8, pada return portofolio(merah) ditentukan nilai VaR dengan tingkat kepercayaan 99% menggunakan GARCH-Copula(biru) dan historical simulation (hijau), maka VaR yang diperoleh pada GARCH-Copula dapat mengantisipasi risiko kerugian lebih baik dengan menunjukkan pergerakan yang stabil menurut grafik.

Melihat dari hasil VaR dan tingkat kesalahan VaR, GARCH-Copula dapat melihat pergerakan return melalui perspektif VaR yang didapatkan. Kemudian dicontohkan prediksi VaR portofolio saat hari ke-999:

Table 4: Prediksi Value-at-Risk saat hari ke-999

VaR	VaR 90	VaR 95	VaR 99
Nilai VaR	0.0164	0.0206	0.0322

Diperoleh nilai VaR sebesar 0.0206 menggunakan tingkat kepercayaan 95% pada periode hari 999, maka terdapat 95% peluang portofolio tersebut akan mengalami kerugian dengan nilai di maksimal 0.0322 atau dikatakan juga ada 5% peluang portofolio tersebut akan mengalami kerugian diatas 0.0181.

Berikutnya hal yang sama dilakukan pada nilai VaR saat tingkat kepercayaan 90% dan 99%.

5 Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang diperoleh, maka dapat disimpulkan:

1. Berdasarkan implementasi model GARCH(1,0), diperoleh model GARCH(1,0) pada persamaan 19 dan persamaan 22.

2. Menurut hasil implementasi model GARCH(1,0) pada data Honda dan Toyota, dapat diperoleh nilai volatilitas sebagai syarat distribusi marginal untuk dilibatkan dalam perhitungan Copula Gaussian.

3. Didapatkan parameter Copula Gaussian pada persamaan 32 dengan melibatkan GARCH sebagai cdf marginalnya dan diperoleh dependensi data Copula yang sesuai.

4. Mean error VaR pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% dengan melibatkan GARCH(1,0) dan Copula Gaussian adalah 10. Sedangkan menggunakan historical simulation terdapat mean error VaR sebesar 59. Oleh karena itu, GARCH(1,0) dan Copula Gaussian lebih representatif dan dapat menjadi alternatif yang baik dalam menentukan VaR portofolio.

5. Metode GARCH-Copula diperoleh VaR sebesar 0.0164 dengan tingkat kepercayaan 90%, VaR sebesar 0.0206 dengan tingkat kepercayaan 95% dan VaR sebesar 0.0322 dengan tingkat kepercayaan 99% pada hari ke 999

5.2 Saran

Setelah proses menentukan nilai VaR portofolio ini, penulis ingin menyampaikan beberapa saran yaitu:

1. Menambahkan Copula lain yang masih berhubungan untuk membuktikan kestabilan model Copula dalam menentukan VaR.

2. Menambahkan jumlah aset penyusun portofolio pada metode GARCH(1,0) dan Copula Gaussian untuk membuktikan tidak hanya mampu mengakomodasi dua saham, akan tetapi dapat mengakomodasi banyak saham.

References

[1] ,Sklar, A. Fonctions de Repartition a n Dimensions et Leurs Marges, Publications de Institut de Statistique de Universite de Paris, 8, 229 – 231, 1959.

[2] Cherubini, U., E. Luciano, and W. Vecchiato. Copula methods in finance, Palu, Indonesia, 2004.

[3] Nelsen, R.B. Second ed. An Introduction to Copulas. ,Springer, New York,2006.

[4] Huang, J.J, Lee, K.J, C, Hueimei, L, Lin, W.F. Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method, 2009.

[5] A., Cifter, A. Portfolio value-at-risk with time-varying copula: Evidence.from the Americans, Marmara University, 2007.

[6] Palaro, H., Hotta, L.K. Using conditional copulas to estimate value at risk, 2006.

[7] Tsay,R.S. Analysis of Financial Time Series, 2002.

[8] Ivan zezula. On multivariate Gaussian copulas, Faculty of Science, P. J.Safarik University, Kosice.

[9] McNeil A.J., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management, 2005.

[10] Danielsson, J. Financial Risk Forecasting The Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab, 2011.